Briefe aus München-Buchsee über Pestalozzi und seine Elementarbildungsmethode.

Ein Handbuch
für alle die,
welche dieselbe anwenden und Pestalozzi's Elementar-
bücher gebrauchen lernen wollen,
vorzüglich
für Mütter und Lehrer
bestimmt

von

W. C. C. von Türk,

Herzogl. Oldenburg. Justiz-Rath, der Naturforschenden Gesellschaften in Rostock und Jena, der Mineralogischen in Jena Ehren-, der Gesellschaft deutscher Armenfreunde wirklichem Mitgliede.

Erster Band.
Mit vier Kupfertafeln.

Leipzig, 1806.
bey Heinrich Gräff.

Der

Allerdurchlauchtigsten, Großmächtigsten

Kaiserin Mutter

Frau

Maria Federowna

Kaiserin aller Reußen ꝛc.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Allerdurchlauchtigste, Großmächtigste Kaiserin!

Allergnädigste Kaiserin und Frau!

Die seltene Aufmerksamkeit und Sorgfalt, welche Ihro Kaiserl. Majestät den öffentlichen Unterrichtsanstalten, und vorzüglich der in den meisten Ländern nur zu sehr vernachlässigten weiblichen Erziehung zu widmen geruhen, und wodurch Allerhöchst-Dieselben Sich ein unsterbliches Verdienst um die Bewohner des Russischen Reichs, und die gerechtesten Ansprüche auf den Dank der spätesten Nachwelt erwerben, haben mir den Wunsch eingeflößt, Ihro Kaiserl. Majestät einen Beweis meiner unbegrenzten

Verehrung unterthänigst überreichen zu dürfen.

Allerhöchst-Dieselben werden es mir daher huldreichst verzeihen, wenn ich, von diesem Wunsche geleitet, es wage, Höchst-Ihnen die vorliegende Schrift in tiefster Devotion zu widmen.

Der Hauptgegenstand derselben ist eine naturgemäße Behandlung des ersten Unterrichts der Kinder, den sie, meiner Ueberzeugung nach, wo möglich, von den Müttern selbst erhalten sollten, weil diesen Theil der kindlichen Bildung, der sich unmittel-

bar an die Sorgfalt für das physische Wohl des Kindes anknüpft, niemand besser, niemand mit glücklicherem Erfolge besorgen kann, als gerade die Mutter. Indessen setzet die Erfüllung dieser Forderung Mütter voraus, die diesen Gang des Unterrichts, oder wenigstens die Anfangspunkte desselben, genau kennen, und es scheint mir daher wesentlich nothwendig, daß er in weiblichen Erziehungsanstalten und Schulen, sowohl um der Mädchen selbst Willen, als auch vorzüglich in Hinsicht der ihnen künftig als Gattinnen

und Mütter obliegenden Kindererziehung angewandt werde.

Da meine Ueberzeugung von der Vortrefflichkeit dieser Unterrichts- und Bildungsweise sich auf Thatsachen, auf eine Menge fremder und eigner Erfahrungen gründet, die sämmtlich zu übereinstimmenden, zu gleichgünstigen Resultaten geführt haben, so wünsche ich nichts sehnlicher, als daß Jhro Kaiserl. Majestät Sich veranlaßt finden möchten, mit der Unterrichtsmethode, der ich hier das Wort rede, nach Anleitung meines Werkes, oder,

noch besser, durch Personen, die sie praktisch erlernt haben, unter Allerhöchst-Ihrer Aufsicht Versuche anstellen zu lassen, die sodann besser, als Alles, was ich darüber sagen könnte, die Vorzüge einer Behandlungsart darlegen werden, die mehr, als irgend eine der bisher angewendeten, auf die Natur des menschlichen Geistes berechnet, und aus ihr geschöpft ist. Die günstigen Resultate dieser Versuche würden Ihro Kaiserl. Majestät Aufmerksamkeit nicht entgehen, und ich wäre sodann zu der schönen Hoffnung berechtiget, daß

jene Unterrichts- und Bildungsmethode ihren wohlthätigen Einfluß bald auch über die häusliche Erziehung, über die Elementar-, namentlich über die Landschulen eines großen Reiches verbreiten würde, welches durch die steigende Cultur seiner Bewohner zu der höchsten Stufe der Macht und des Wohlstandes sich erheben wird. Und sind es nicht gerade diese, das ist, die Land- und die Elementarschulen in den Städten, die mehr noch, als Universitäten und Gymnasien, die Aufmerksamkeit und Vorsorge der Regenten ver-

dienen, weil sie unmittelbarer, weil sie weit sicherer und kräftiger, als jene, auf den Culturstand einer ganzen Nation wirken? Doch auch für letztere ist jene Unterrichtsweise von großem Werthe, weil sie dem Studium der Wissenschaften ein sichereres, festeres Fundament darbietet, als diese bisher hatten, und weil sie die Erlernung aller lebenden Sprachen sehr erleichtert.

Wenn Allerhöchst-Dieselben die vorliegende Schrift aus dem angegebenen Gesichtspunkten zu betrachten gnädigst ge-

rühen wollten, so dürfte ich hoffen, daß Ihro Kaiserl. Majestät dieselbe mit Nachsicht, und deren Zueignung als einen redenden Beweis derjenigen grenzenlosen Verehrung und tiefsten Devotion huldreichst aufnehmen werden, mit der der Unterzeichnete sich zu nennen wagt

Ihro Kaiserl. Majestät

Oldenburg
den 6. Januar 1806.

allerunterthänigsten Diener,

Karl Wilhelm von Türk,

Herzogl. Oldenburg. Justizrath.

Vorrede.

Um die Leser dieses Buchs in den Stand zu setzen, dasselbe aus demjenigen Gesichtspunkte zu beurtheilen, aus dem es, meinem Wunsche nach, genommen werden soll, wird es nöthig seyn, daß ich einige Bemerkungen über seine Entstehung, seinen Endzweck, vorausschicke, und die Gründe darlege, die mich zu dessen Herausgabe bewogen.

Ich hatte an Höfen, als Richter und auf Reisen Gelegenheit gehabt, die Menschen aller Stände und aller Alter zu beobachten, und ich hatte, von Jugend auf gewohnt, Alles, was ich sah, genau ins Auge zu fassen, diese Gelegenheit nicht unbenutzt gelassen.

Ich sah die Mängel und Gebrechen, die unserm Zeitalter eigenthümlich sind, nur zu deutlich; allein ich beurtheilte die Menschen, die daran litten, mit Nachsicht, weil ich mich kannte, und wußte, daß ich selbst nicht frei von ihnen war, weil ich es mannichfaltig an mir selbst und an andern erfahren hatte, wie sogar Gebildete, die eine sogenannte gute Erziehung genossen hatten, dennoch oft zu Verir-

rungen, zu Fehltritten hingerissen werden, die ihnen selbst, wenn der Moment der Leidenschaft, der Täuschung, vorüber ist, räthselhaft sind. Ich glaubte sogar zu bemerken, daß gerade die Menschen aus den höheren Ständen sich öfter unsittliche, ungerechte, ja sogar schlechte, niedrige Handlungen erlauben, als die Niedern, weniger Gebildetern; ich suchte die Ursache dieser Erscheinung in der größern Zuversicht, verborgen zu bleiben, in der Leichtigkeit, unerlaubte, ja sogar schlechte Handlungen zu verheimlichen, zu beschönigen; endlich in dem durch die Verdorbenheit mehrerer Generationen dieser Stände herbeigeführten Zustande von Schwäche, Erschlaffung und Kraftlosigkeit, der, leider! heut zu Tage sie eben so von den Niedern unterscheidet, als sie sich zu den Zeiten unserer Vorfahren durch die entgegengesetzten Eigenschaften vor dem großen Haufen auszeichneten.

Aber zugleich war es mir klar, daß größtentheils in ihrer Erziehung, zum Theil auch in der Staatsverwaltung, die nur zu oft die kleinen Vergehen der Einfältigen, der Geringen im Volke strenge züchtiget, während daß den Vornehmen, Gebildeten grobe Vergehungen ungestraft hingehen, der Grund jener traurigen Erscheinung liegen müsse. Daß ferner, wenn die Menschen der niedern Stände seltener sich strafbarer Handlungen schuldig machen, dieses theils davon herrühre, daß sie weniger geschwächt und entnervt sind, als jene, theils und vorzüglich von ihrer Unwissenheit, ihrer Unbehülflichkeit in Anwendung der Mittel, ihre Vergehen

zu verheimlichen, von der Furcht vor zeitlichen und ewigen Strafen, und nicht, wie manche behaupten, davon, daß sie nur auf einer niedern Stufe der Cultur stehen. (Wahre Cultur bewahret vor Verirrungen, vor Verbrechen; aber jene Schein-Cultur der höheren Stände führt zu ihnen hin.) Eben darum hielt ich mich auch überzeugt, daß diese Menschen, sobald einst jene Furcht sie nicht mehr bändigen, sobald sie die Mittel kennen lernen werden, ihre Vergehungen zu verheimlichen, sich der Strafe zu entziehen, die gröbsten Verbrechen verüben, der öffentlichen Sicherheit, selbst der bestehenden Verfassung, höchst gefährlich werden müssen. Denn, was sollte sie dann noch im Zaume halten? Menschlichkeit, Tugend, Religion sind ihren Herzen fremd; das, was wir bei ihnen Religion zu nennen für gut finden, ist gewöhnlich nichts, als eine sclavische Furcht vor einem zürnenden, strafenden Gott, und auch diese wird sich bald gänzlich verlieren, da die Menschen der höheren Stände es recht geflissentlich darauf anzulegen scheinen, durch ihr Beispiel selbst diese Furcht und die äußere Achtung religiöser Gebräuche in ihnen zu zerstören, indem sie sogar den Schein der Achtung und Verehrung eines höchsten Wesens zu vermeiden suchen, da sie nur zu oft den Glauben an Gott und an ein künftiges Leben als eine Schwachheit lächerlich zu machen suchen, die man höchstens den Unwissenden, Ungebildeten zu gute halten dürfe, und indem sie gerade so handeln, als ob sie fürchteten, ihre Handlungen möchten noch irgend eine Spur jener Schwach-

heit verrathen; als ob sie hofften, ihre Standesgebrechen und Standesschwächen durch die Stärke ihres Unglaubens, ihrer Irreligiosität, durch ihre Verachtung alles Göttlichen und Heiligen bemänteln zu können; — indem sie endlich in ihrer Verblendung so weit gehen, auf ihre verderblichen Grundsätze, auf ihre unwürdigen Handlungen, sich noch etwas zu Gute zu thun, und dadurch die Menschen der niedern Stände, auf die ihr Beispiel den entscheidendsten Einfluß hat, denen sie also nur mit gutem Beispiele vorangehen sollten, mit sich ins Verderben ziehen. Ich überzeugte mich ferner, daß, abgesehen von der Versündigung, deren man offenbar sich dadurch schuldig machen würde, wenn man die niedern Stände vorsätzlich in dem jetzigen Zustande der Rohheit und Unwissenheit zu erhalten suchen wollte, dieses dennoch unmöglich ist, da auch sie der Einwirkung des Geistes der Zeit, und insbesondere, wie schon gesagt, der des Beispiels der höheren Stände unterworfen sind; da ferner die zwischen beiden unvermeidliche Verbindung jene Unwissenheit über die Mittel und Wege, mit guter Manier zu sündigen, aufhebt; da endlich eben jenes Beispiel die Achtung für Religion, die Furcht vor göttlichen Strafen, immer mehr schwächen und zuletzt ganz zerstören wird, die Furcht vor der Strafe des Gesetzes aber, bei den Mängeln unserer Gesetzgebung und unserer Strafanstalten, bei weitem nicht so kräftig wirkt, wie sie wirken müßte, wenn durch sie *allein* die Menge im Zaume gehalten werden sollte. Ich sah endlich, daß wenn die hö-

heren

heren Stände auf dem Wege fortwandeln, den sie jetzt gehen, wenn die niedern nur über die Mittel zur Befriedigung ihrer Leidenschaften aufgeklärt werden; wenn man ihnen den Kappzaum, der sie bisher in Schranken hielt: die Furcht vor göttlichen Strafen, vorzüglich im künftigen Leben, raubt, ohne ihnen dafür durch zweckmäßige, sittliche und religiöse Bildung ein Gleichgewicht darzubieten, die Zerrüttung alles häuslichen Glücks, alles Gefühls für Recht und Wahrheit, der Verfall des Wohlstandes der Staaten und vielleicht sogar die gänzliche Auflösung des gesellschaftlichen Vereins, die unausbleiblichen Folgen seyn müssen.

Die Erziehung erschien mir in dieser Hinsicht als das einzige Rettungsmittel, als eine heilige Angelegenheit der Menschheit. Die Menschen, wie sie sind, waren nicht zu ändern, das begriff ich; aber, daß die Kinder nicht noch schlimmer würden, wie ihre Aeltern, daß das moralische Verderben der Menschheit, sich selbst überlassen, nicht von Generation zu Generation immer größer und unheilbarer werde, dafür, dachte ich, müßte der Staat, und insbesondere diejenigen sorgen, denen derselbe die Aufsicht über irgend einen Theil der Erziehung anzuvertrauen für gut finden würde, also die Consistorien, Geistlichen und Schulbehörden, mithin auch ich selbst, als Mitglied einer solchen Behörde.

Anfangs nahm ich die Sache nur aus dem einseitigen Gesichtspunkte der Vorsorge für die Schulen in Neustrelitz. Ich fand die Un-

terschulen, welche Elementarschulen seyn sollten, in schlechter Verfassung — die Kinder gingen ungerne in diese Schulen; die Lehrer trieben ihr Amt mit Widerwillen, anscheinlich nur des lieben Brodtes wegen — die Kinder wurden in den Schulen offenbar schlechter, sie verloren ihre Heiterkeit, ihren Frohsinn, oft auch ihre Unschuld, Aufrichtigkeit und Wahrhaftigkeit, selbst den natürlichen Menschenverstand; ihnen wurde dafür nichts, als ein dürftiger Gedächtnißkram, eine unzureichende, äußerst unvollkommene Fertigkeit im Lesen, Schreiben und Rechnen. Ich sah diesen Jammer täglich; ich sann nach über die Mittel, ihm abzuhelfen; ich las manches über diesen Gegenstand; ich sprach mit Männern, die ich für Sachkundige hielt — ich kam nur wenig weiter in der Kenntniß der Mittel, die hier angewandt werden müßten, und hätte ich sie gekannt: wie sie anwenden, wie eine Theorie zur Ausübung bringen, ohne eigne praktische Kraft, ohne Menschen, die sie aufzufassen vermochten? In Nebel eingehüllt lag die Möglichkeit einer schönern Zukunft vor mir da — ich ahndete, daß sie das Land verbargen, das ich suchte; allein wie nun bis zu ihm vordringen, wie den Weg dahin finden und festhalten und für andere sichern?

In dieser Zeit der Ungewißheit las ich Pestalozzi's Schriften, seinen Lienhard und Gertrud, und sein Buch: wie Gertrud ihre Kinder lehrt. Das, was er hier über Erziehung im Allgemeinen, insbesondere über Volkserziehung sagt, ergriff mein Gemüth heftig; ich fühlte,

daß seine Ansichten der Sache die richtigen waren. Mit gespannter Erwartung sah ich seinen Elementarbüchern entgegen; sie erschienen — ich hatte geglaubt, diese würden mich in den Stand setzen, eine Erziehungsmethode ausüben zu lassen, die mir unter allen, die ich kannte, als die vorzüglichste erschienen war; aus wirklichen, unter meinen Augen anzustellenden Versuchen hoffte ich, ihren Werth oder Unwerth beurtheilen zu können.

Allein ich war selbst nie praktischer Erzieher gewesen; ich zweifelte, daß ich es noch werden könne, und hätte ich es gekonnt; so begriff ich doch nicht, wie ich Kinder nach diesen Büchern behandeln sollte? Der Weg, den sie vorzeichnen, schien mir so langweilig, so ermüdend, daß ich es nicht wagte, selbst Hand anzulegen. — Die Lehrer in den meiner Aufsicht anvertraueten Schulen konnten diesen Büchern gar keinen Geschmack abgewinnen, und fast alle waren entschieden dagegen eingenommen. Es erschien ein Aufsatz von dem Pädagogen Wolke, worin er, wohl etwas zu voreilig, jene Bücher in einem lächerlichen Lichte darzustellen suchte; der Credit dieser Elementarbücher sank immer tiefer, und die Hoffnung, durch sie die Erziehung der niedern Volksclassen besser organisirt zu sehen, schien auf immer verloren.

Dennoch hatte der edle Pestalozzi diesem Zwecke 30 Jahre seines Lebens gewidmet; es bezeugten mehrere verdiente Männer, die das Institut zu Burgdorf, wo der in jenen Büchern vorgezeichnete Gang befolgt wurde, selbst ge-

sehen hatten, daß dort alle Knaben heiter und munter und fröhlich beim Unterrichte, ihren Lehrern mit ungewöhnlicher Liebe und Vertrauen zugethan wären, daß sie bedeutende Fortschritte machten, seltene Fähigkeiten und Fertigkeiten verriethen, und daß es nicht pädagogische Wundermänner wären, die sie unterrichteten; daß viel, sehr viel, und mit geringen Mitteln, geleistet werde; daß endlich dort ein ganz eigner Geist herrsche, der jene Anstalt wesentlich und vortheilhaft von allen andern unterscheide. Unter diesen Umständen konnte ich unmöglich sofort meinen schönsten Hoffnungen entsagen; ich kam auf den Gedanken, die Schuld, daß ich die Elementarbücher nicht verstand, sie nicht zu gebrauchen wußte, liege nicht an den Büchern, sondern an mir — mich verlangte nach Licht, und ich beschloß, es an der Quelle zu schöpfen, selbst zu sehen, was mir niemand deutlich genug beschreiben, selbst zu lernen, was mich hier niemand lehren konnte. Ich beschloß daher, die vorzüglichsten Elementar-Schulanstalten Deutschlands, und vorzüglich Pestalozzi's Institut in der Schweiz, zu besuchen, um, vermöge der mir obliegenden Pflichten bestimmen zu können: Welche Erziehungs- und Unterrichtsmethode künftig in den meiner Inspection anvertraueten Schulen angewandt werden solle? und um die Lehrer selbst zu derjenigen, die mir als die beste erscheinen würde, anleiten zu können, da es kein anderer konnte. — Alles prüfen, und das Beste behalten, das war der Wahlspruch, der mich auf meiner Reise leitete: Um sodann dem, was

mir als das Beste erschienen seyn würde, Eingang zu verschaffen, war ich fest entschlossen, es nicht blos durch Worte zu empfehlen — dieser Weg, obschon für mich der bequemste, schien mir dennoch zu unsicher, zu langsam; durch die Thaṫ, durch augenscheinliche Resultate, glaubte ich die gute Sache am schnellsten, am sichersten verbreiten zu können; durch die Kinder mußte auf die Aeltern, ja selbst auf die Erzieher, und mittelbar auf die Behörden, denen die Sorge für das Schulwesen eigentlich obliegt, gewirkt werden. Hätte ein junger Mann, der sich bereits dem Erziehungsfache gewidmet gehabt, mich begleitet, so hätte ich durch ihn, besser vielleicht, als ich selbst es vermochte, diesen Zweck erreichen können. Allein, da dieses nicht der Fall war, so mußte ich mich schon entschließen, es wenigstens zu versuchen, selbst Lehrer zu werden. Freilich ward dadurch meine Aufgabe schwieriger, ihre Auflösung erforderte mehr Zeit, mehr Anstrengung; allein eben dadurch ward ich vielleicht auch in den Stand gesetzt, ein richtigeres, bestimmteres Urtheil über alles das, was auf den Zweck meiner Reise Bezug hatte, zu fällen; eben darum, weil ich zuvor noch nie selbst erzogen und unterrichtet hatte, war ich vielleicht freier von Vorurtheilen, von vorgefaßten Meinungen, und vorzüglich von jenem Dünkel, der diejenigen, welche von eignen, wahren oder eingebildeten Verdiensten eingenommen sind, gegen fremdes Verdienst unempfindlich macht, und ihnen folglich eine freie, unparteiische Ansicht der Dinge sehr erschwert.

Durch diese Verhältnisse, unter denen bisher nur Wenige die Elementarschulen und Bildungsanstalten besucht haben dürften, glaubte ich mich zugleich berufen, als Schriftsteller über diesen Gegenstand aufzutreten, um so mehr, als mich Pestalozzi's Anstalt, die von seinem Geiste beseelt, nach seinen Ansichten geleitet wird, überzeugte, daß er ein sicheres, dauerhaftes Fundament für Menschenbildung im Allgemeinen, für die Bildung des Tagelöhners — des Landmannes so gut, als für die des künftigen Regenten und Staatsmannes — daß er den Weg gefunden habe, auf dem der Menschheit, ohne Rücksicht auf einzelne Stände, geholfen, auf dem sie aus dem gegenwärtigen entarteten Zustande, aus ihrer Entnervung, herausgerissen, und zu der Würde erhoben werden könne, deren die menschliche Natur fähig ist.

Das Bewußtseyn, daß ich für die wichtigste Angelegenheit der Menschheit wirkte, indem ich Pestalozzi's Sache in ihrem wahren Lichte, in ihrem ganzen Umfange darzustellen, und eben dadurch sie zu verbreiten suchte; die Hoffnung, daß es mir gelingen werde, den Müttern, Lehrern und Erziehern eine so umfassende und deutliche Anleitung zur Anwendung seiner Methode darzubieten, daß sie dieselbe auch ohne praktische Anweisung, ohne fremde Beihülfe, mit sicherem Erfolge würden anwenden können, überwogen alle Bedenklichkeiten und Besorgnisse, die mich sonst vielleicht abgehalten haben würden, in einem Fache als Schriftsteller aufzutreten, das schon so viele Sachkundigere vor

mir bearbeitet hatten, dem ich kaum erst angefangen hatte mich zu widmen.

Ein dreimonatlicher Aufenthalt im Institute, das Vertrauen, dessen mich Pestalozzi und seine Freunde würdigten, der Unterricht, den ich von den hier angestellten Lehrern genoß, indem sie meine Bitte, mich als ein Kind zu unterrichten, das noch nichts wisse, erfüllten, und mir erlaubten, zuweilen ihr Geschäft mit ihnen zu theilen, machten es mir möglich, in den Geist der Methode einzudringen, und mir denjenigen praktischen Takt zu erwerben, dessen ich bedurfte, wenn ich selbst Kinder unterrichten, und Erwachsenen den Weg zeigen wollte, auf den sie, in Pestalozzi's Geiste, für die Bildung der Jugend wirken könnten. Das Schicksal schien meinen Plan begünstigen zu wollen, denn immer hatte ich, selbst auf kleinen Reisen, die ich in der Schweiz machte, irgend einen von Pestalozzi's Freunden zur Seite, und auch auf meiner Rückreise begleitete mich ein junger Mann, der ein Jahr lang Lehrer am Institute in Burgdorf gewesen war, der, vermöge seiner gründlichen mathematischen Kenntnisse, für die weitere Ausbildung der Methode in dieser Hinsicht bereits mit glücklichem Erfolge gearbeitet hatte, und noch künftig fortwirken wird; ich war also bis zu meiner Rückkehr unaufhörlich mit diesem Gegenstande beschäftiget gewesen, und schon in den ersten Tagen nach meiner Zurückkunft gelang es mir, das Zutrauen, das mehrere Aeltern mir schenkten, dazu zu benutzen, daß sie mir ihre Kinder zum Unterrichte anvertraueten.

So bildete sich schnell eine kleine Schule, in der ich selbst, die ersten vier Monate ohne Gehülfen, mehrere Knaben, in dem Alter von 4 bis 6 Jahren, deren Anzahl bald bis zu 15 stieg, täglich 2 Stunden nach Pestalozzi's Grundsätzen zu unterrichten versuchte. Mit diesem Versuche war ich beschäftiget, während dem ich die vorliegenden Briefe für den Druck bearbeitete, und ich hoffe, daß durch diese Verbindung der wirklichen Ausübung und der schriftlichen Darstellung die Letztere an Deutlichkeit, an Vollständigkeit und Glaubwürdigkeit gewonnen haben wird. Durch die Resultate eigener Versuche hoffte ich insbesondere die Anwendbarkeit dieser Methode auch für Schulen, wo die Kinder nicht so, wie in einem Institute, unausgesetzt unter der Aufsicht und Leitung ihrer Lehrer sind, sondern nur für einige Stunden des Tages ihnen übergeben werden, zu zeigen, und ich werde seiner Zeit auch hierüber öffentlich Rechenschaft ablegen.

Anfänglich hatte ich, wie schon gesagt, nur die Verbessung des Schulwesens und durch sie die Volksbildung in dem Lande, welchem ich damals meine Dienste widmete, vor Augen; bald aber erweiterte sich mein Gesichtskreis — ich überzeugte mich immer mehr, daß die Angelegenheit, welche der Zweck meiner Reise war, ein hohes Interesse für die ganze Menschheit habe; daß auch ich mein Scherflein dazu beitragen könne, sie allgemeiner zur Sprache zu bringen, Versuche mit diesen, von mir als höchst zweckmäßig und consequent erkannten Un-

terrichtsmitteln im häuslichen Zirkel, in öffentlichen und Privatschulen und Erziehungsanstalten, zu veranlassen, und hauptsächlich diese Versuche richtig zu leiten. Dieses Letztere schien mir um so nöthiger, als man in der Regel nur zu sehr geneigt ist, die Schuld des Mißlingens solcher Versuche den angewandten Mitteln, oder denen, die sie aufgefunden und empfohlen haben, beyzumessen, während daß eigene Unkunde, eigene Unbehülflichkeit, vorzüglich aber Uebereilung und Mangel an Ausdauer jenes Mißlingen nothwendig veranlassen mußten. Daher sollte mein Werk zugleich ein Leitfaden für alle diejenigen seyn, welche Pestalozzi's Methode anwenden, von seinen Elementarbüchern Gebrauch machen wollten. Da ich vorzugsweise Mütter, Erzieher und Schulmeister, die keine gelehrte Bildung hatten, in den Stand setzen wollte, Kinder auf dem von Pestalozzi vorgezeichneten Wege zu unterrichten, so glaubte ich, gerade die Anfangsübungen möglichst deutlich und umfassend darstellen zu müssen, und zwar um so mehr, als meine eigne und die Erfahrung Anderer mich gelehrt hatten, daß die Elementarbücher gerade in dieser Hinsicht den Forderungen, die man an sie macht, nicht genügen, und daß, so vollendet und höchst brauchbar diese Bücher auch wirklich sind, dennoch die Meisten nicht wissen, was sie mit ihnen machen, wie sie die Sache angreifen sollen; daher denn ihr Werth verkannt, diese Bücher, nach meiner innigsten Ueberzeugung, die vollkommensten für den Elementarunterricht, die wir bis jetzt be-

sitzen, als unbrauchbar bei Seite gelegt wurden. Schon wenn ich nur diesen Endzweck — jene Versuche zu veranlassen, und richtig zu leiten — erreichen sollte, würde ich mich für meine Mühe reichlich belohnt halten; denn wer Pestalozzi's Methode einmal gehörig anwendet, verläßt sie nie wieder.

Allein, ich wollte auch zeigen, daß sie nicht für Volksschulen allein anwendbar und empfehlungswürdig, daß sie vielmehr auch für die höhern Stände, selbst für den künftigen Gelehrten und Staatsmann nützlich und sogar nothwendig sey; daß durch sie die höhere wissenschaftliche, so wie die sittliche und religiöse Bildung ein sicheres Fundament erhalten werden, das alle bis hieher angebahnten Wege nicht dargeboten haben.

Ich wollte ferner auch darthun, daß Pestalozzi's Methode sogar die Aufmerksamkeit der Regierungen, ihre thätige Unterstützung, verdiene, und ich glaubte jetzt, in einem Zeitalter, da fast alle Regierungen Europa's, ohne Ausnahme, die Verbesserung des Schulwesens sich so sehr angelegen seyn lassen, keinen Augenblick verlieren zu dürfen, um die Nothwendigkeit der Errichtung guter Elementarschulen, mithin die Nothwendigkeit, gute Elementarlehrer zu bilden, und durch sie den ersten Unterricht der Jugend, nach Pestalozzi's Methode, besorgen zu lassen, ihnen dringend ans Herz zu legen. Dieß schien mir um so nothwendiger, als die meisten Schulverbesserungen, welche bis jetzt vorgenommen worden sind, auf die hohen Schulen und

auf die obern Classen der sogenannten Bürgerschulen sich beschränken, und man dagegen die Elementarschulen, mit deren gänzlichen Umwandlung eine jede Schulreform schlechterdings anfangen, die allen andern Verbesserungen vor- und vorangehen müßte, noch fast allenthalben in ihrem bisherigen elenden Zustande ließ.

Werden die Regierungen, die Schulbehörden, von dem verderblichen Irrthume, den sie bisher hierin verschuldeten, nicht zurückkommen, wird man es in dieser Hinsicht bei dem gewöhnlichen Schlendrian bewenden lassen, so wird die Strenge, mit der man jetzt, freilich aus einer an sich löblichen und weisen Absicht, darüber zu halten anfängt, daß die Kinder des Bürgers und Landmanns, ohne Ausnahme, die Schulen fleißig besuchen, mehr schädlich als nützlich seyn. Nur dann, wenn der Staat die Elementarschulen gut und zweckmäßig organisirt hat, wird er mit Recht auf den unausgesetzten Schulbesuch dringen können.

Die Regierungen, welche den fleißigen Besuch der Schulen strenge befehlen, und diesen Befehl nicht mit einer gründlichen Verbesserung derselben verbinden, oder noch besser, diese vorangehen lassen, handeln offenbar eben so thöricht und inconsequent, als wenn sie verordneten, daß alle Aeltern ihre Kinder nach einer dazu bestimmten Impfanstalt bringen, und ihnen dort die Schutzblattern einimpfen lassen sollten, ohne weder für geschickte Aerzte, noch für gute Materie gesorgt zu haben.

Aber fordere ich nicht zu viel, indem ich verlange, die Regierungen sollen dem Elementarunterrichte ihre Aufmerksamkeit widmen, diesem Gegenstande, der bisher fast überall sich selbst, oder höchstens dem guten Willen der Consistorien und Geistlichen überlassen ward? Nein, gewiß, ich darf es fordern, denn nur dem kleineren Theile der Staatsbürger wird eine höhere Bildung, ein wissenschaftlicher Unterricht zu Theil; bei weitem die größere Hälfte des männlichen, und fast das ganze weibliche Geschlecht, müssen sich mit einer bloßen Elementarbildung begnügen; aber, wenn auch das nicht wäre, so ist sie ja der Anfangspunkt, von dem alles Wissen, alles Gefühl für Recht und Wahrheit ausgehet; sie ist das Fundament, auf welches das ganze Gebäude der Menschenbildung sich stützt, und das könnte dem Regenten, dem Staatsmanne gleichgültig seyn? Gewiß, wenn es bisher so war, so darf es doch schlechterdings nicht einen Augenblick länger mehr so seyn.

Es ist ein erhabener, ein schöner Beruf, der Regent eines Landes zu seyn, der Vater so vieler Kinder — aber dieser Beruf legt dem Regenten, dem Vater, Pflichten auf. Nicht das können Kinder von ihrem Vater fordern, daß er sie alle zu Reichthum und Ehren bringe, aber das fordern sie mit Recht, daß er eine menschliche Erziehung ihnen gebe, und dafür sorge, daß ihre Anlagen sich entwickeln, daß sie ihre Kräfte zu guten, zu vernünftigen Zwecken gebrauchen, daß sie erkennen lernen, was gut und wahr und recht ist, auf daß sie im vollen

Bewußtseyn ihrer Menschenwürde den Zweck ihres Daseyns erfüllen, sich ihres Lebens, ihres Daseyns freuen, und dem Staate in ihren Kindern brauchbare Glieder erziehen können.

Wenn der Regent, der Vater seiner Unterthanen, die Erziehung seiner Kinder Jahre lang verabsäumt, sich gar nicht, oder nicht gehörig, darum bekümmert, so wachsen sie heran in Unwissenheit, im Müßiggang und in allen Lastern.

Jetzt sollen sie dieser Laster wegen gezüchtiget werden — es ist ihr Vater, der, über die Handhabung der Gesetze zu wachen verpflichtet, ihre Züchtigung befiehlt, der sie in seinem Namen vollstrecken läßt — es ist derselbe Vater, der ihr zügelloses Heranwachsen, und dadurch ihre Verirrungen verschuldete. Wird er mit gutem Gewissen das Todesurtheil, das die Gesetze über eines seiner Kinder aussprachen, unterzeichnen können, wenn er sich sagen muß: Hätte ich meine Vaterpflichten erfüllt, und dafür gesorgt, daß dieses unglückliche Opfer der strafenden Gerechtigkeit eine menschliche Erziehung hätte bekommen können, es wäre ein gutes Kind geworden, und ich hätte jetzt so hart es nicht strafen dürfen?

Freilich sehen es die Unterthanen, die Kinder, selbst nicht ein, daß ihr Vater sich durch Vernachlässigung ihrer ersten Erziehung an ihnen versündiget; freilich können und werden sie mit dem Vater darüber nicht rechten; sie können vor keinem Richterstuhle ihn darüber zur Rechenschaft ziehen; aber Gott, der Vater aller

Menschen, der dem Landmanne seine Hütte, wie
dem Kayser seinen Thron verlieh, wird einst
Rechenschaft fordern, und fragen: Wie hast du
mit dem Pfunde gewuchert, das ich dir anver-
traute? Von diesem Gesichtspunkte aus betrach-
tet, halte ich es für Pflicht der Regierungen,
die Sache des Elementarunterrichts und der Ele-
mentarbildung nicht auf sich beruhen, vorzüglich
aber sich durch den leidigen Irrthum nicht ver-
blenden zu lassen: Als sey es bedenklich, dem
Bürger, dem Landmanne eine menschliche Er-
ziehung angedeihen zu lassen. Ihr eigenes In-
teresse, selbst in Rücksicht der Finanzen, erfor-
dert es. Sie werden mit menschlich gebil-
deten Unterthanen die Staatszwecke leichter, schnel-
ler und sicherer erreichen, als mit einem rohen,
unwissenden, ungebildeten Haufen. Doch, da-
von mehr am Schlusse dieses Werkes. — Möch-
ten sie das, was ich so eben sagte, ernstlich be-
herzigen! Möchten sie die Verwahrlosung der
ihnen hierunter obliegenden Pflichten, an deren
treue Erfüllung ich sie hier im Namen der lei-
denden Menschheit mahne, fortan sich nicht mehr
zu Schulden kommen lassen! Tausend zerrüttete
Haushaltungen, Millionen von Menschen, die
zufrieden und glücklich seyn könnten, und es
nicht sind, eine Menge in den Gefängnissen
schmachtender Verbrecher, und das Blut der
von dem Schwerdte der Gerechtigkeit Gerichte-
ten, werden sie über diese Unterlassungssünde an-
klagen, und ihr Gewissen mit peinigenden Vor-
würfen beladen, ohne daß die Worte unseres
Heilandes: Herr, vergieb ihnen, denn sie wissen

nicht, was sie thun! ihnen zum Troste gereichen könnten; denn viele wissen recht gut, was sie thun, und die es nicht wußten, denen haben es viele vor mir gesagt, und ich wiederhole es ihnen aufs Neue.

Doch, ich kehre zu Pestalozzi's Methode zurück.

Es würde allerdings Anmaßung seyn, wenn ich verlangen wollte, daß man meinem Urtheile unbedingt Glauben beimessen, und blindlings das anwenden solle, was ich empfehle. Aber das glaube ich fordern zu dürfen, daß man die Sache, der ich hier das Wort rede, möglichst genau prüfe, daß man sich durch die Machtsprüche solcher Pädagogen, die von vorgefaßten Meinungen oder Autoritäten beherrscht werden, nicht irre führen, und verleiten lasse, eine Sache, die mit dem Wohle der gesammten Menschheit so innig verwebt ist, die für die Wohlfahrt, das Glück einzelner Staaten und des ganzen menschlichen Geschlechts so wichtig ist, gerade zu und ohne weitere Prüfung zu verwerfen, die Akten in dieser Hinsicht für geschlossen zu erklären.

Wäre es mir nur darum zu thun gewesen, daß Pestalozzi's Sache fortgehen, nicht wieder sinken möchte, so hätte ich ruhig den Erfolg der mannichfaltigen Versuche, die man mit seiner Methode bereits angestellt hat, und noch anstellen wird, abwarten können — da ich so fest, als von meiner Existenz, überzeugt bin, daß sie nicht unterdrückt, daß ihr Fortgang nicht gehemmt werden kann, sondern daß sie

ihren wohlthätigen Einfluß unaufhaltsam immer weiter verbreiten wird. Allein jedes Jahr, jeder Tag, der für die Beförderung der Wohlfahrt des menschlichen Geschlechts benutzt werden könnte, und nicht benutzt wird, ist in meinen Augen für die Menschheit verloren. Wenn ich daher auch nur einzelne Regierungen, nur einzelne Behörden, oder selbst nur hie und da einen braven Schulmann, sey es auch nur ein Land-Schulmeister, oder eine gute Mutter, einen redlichen Vater oder Erzieher früher, als die Resultate jener Versuche, ohne mich, zu ihrer Wissenschaft gelangt seyn würden, zur Beherzigung oder zur Befolgung dessen, was ich in dieser Hinsicht ihnen ans Herz legen zu müssen glaubte, veranlassen, wenn es mir gelingen sollte, sie bei den von ihnen angeordneten oder selbst unternommenen Versuchen richtig zu leiten, dann wäre schon die Absicht meines Werks erreicht, dann würde ich durch das Bewußtseyn für das wahre Wohl, auch nur einiger Wenigen, thätig gewirkt zu haben, für meine Mühe, für den Zeitaufwand, welchen die Abfassung dieser Schrift erforderte, mich reichlich belohnt achten. Nicht für mich hoffte ich dadurch etwas zu erlangen, es sind nicht meine Erfindungen, nicht meine Ideen, die ich zur Beherzigung empfehle — mir könnte höchstens das Verdienst einer klaren, faßlichen Darstellung zugesprochen werden; der Nutzen, den ich durch diese Darstellung für die jetzige und für künftige Generationen zu stiften hoffe, ist das einzige Ziel meiner Wünsche. Möge ich es glück-

glücklich erreichen, möchten einige der Edlen unter meinen Zeitgenossen mir dazu freundschaftlich die Hand bieten! Möchten vorzüglich edle Mütter, denen eine sittlich-gute, eine häusliche Erziehung ihrer Kinder wahrhaft, und mehr, als der Wunsch, mit ihnen Aufsehen zu erregen, ihre Artigkeit, ihre feinen Manieren, ihr Wissen loben und bewundern zu hören, am Herzen liegt; möchten auch gute Töchter, welche die Erziehung jüngerer Geschwister für eine ihrer wichtigsten und angenehmsten Pflichten halten, und in ihnen zugleich eine erwünschte Vorbereitung für ihren künftigen Beruf erkennen, meinen Worten vertrauen, und mir folgen, indem ich sie auffordere, Muth zu fassen, das Bilden und Unterrichten, an der Hand der Methode, selbst zu versuchen, und sich durch die Schwierigkeiten, die solch einem Versuche sich entgegen zu setzen scheinen, nicht abschrecken, durch ihre Unkunde und Ungeübtheit nicht abhalten zu lassen. Ein fester Wille, die Mutter- und Geschwisterliebe werden jene überwinden; einige Ausdauer in dem begonnenen Werke wird sie mit ihrer Aufgabe bekannt machen, und sie in ihrer Auflösung üben.

Es war mir daher wesentlich darum zu thun, die Mütter für den Gegenstand, dem diese Schrift gewidmet ist, einzunehmen, ihnen zu zeigen, daß es ihnen nicht nur möglich, sondern sogar leicht seyn werde, selbst die früheste Erziehung ihrer Kinder zu übernehmen, und sie von der zartesten Kindheit an, naturgemäß und consequent zu behandeln. Ich wünschte, daß sie

es versuchen, daß sie ungesäumt Hand ans Werk legen möchten, und ich hoffte, die Mütter, und mit der Zeit das ganze weibliche Geschlecht, würden sich dadurch wiederum zu der Würde erheben, die dem Weibe in ihrem Verhältnisse als Gattin und Mutter gebührt, die aber nur durch treue Erfüllung der Pflichten, welche ihnen diese Verhältnisse auflegen, erlangt werden kann.

Manche Mütter, die Sinn für die Pflichten ihres Berufs hatten, klagten mir, daß sie nicht wüßten, wie sie es anfangen sollten, auf daß sie ihren Wunsch, ihre Kinder selbst zu unterrichten und zweckmäßig zu beschäftigen, befriedigen könnten.

Diesen edlen, gutdenkenden Müttern, die unverschuldet die Freude und das Glück, selbst die frühere Bildung, den ersten Unterricht ihrer Kinder zu besorgen entbehren müssen, weil eine thörichte oder einseitige Erziehung sie eine Menge von Dingen lehrte, die ihnen zu nichts helfen, und sie gerade in alle dem unwissend und unbehülflich ließ, was ihnen vorzüglich Noth thut, sey denn auch meine Schrift vorzugsweise gewidmet, und zwar um so mehr, als ich mich überzeugt halte, daß niemand mit so glücklichem Erfolge die frühere Erziehung, den ersten Unterricht der Kinder besorgen kann, als die Mutter selbst. An sie sind die Kinder durch alle Bande der Liebe, des Vertrauens und des Dankes gefesselt — sie spricht mit ihnen vom Herzen zum Herzen, und so findet alles, was die liebende Mutter sagt und thut, ungehinderten Eingang im kindlichen Gemüthe; es prägt sich

ihm tief und unvergeßlich ein. Selbst den religiösen Sinn kann niemand glücklicher und mit besserem Erfolge wecken, entwickeln und stärken, als gerade die Mutter selbst.

Die fremde Erzieherin, der Lehrer, der Schulmeister müssen das Vertrauen, die Liebe der Kinder erst erwerben, in deren vollem Besitze die Mutter schon ist; oft werden sie es gar nicht, nie werden sie es im gleichen Grade erlangen. —

Die Mutter, die nach meinem Wunsche ihre Kinder nie dem Gesinde überlassen, die immer mit und unter ihnen seyn soll, kann ihren Kindern jeden Augenblick widmen, den sie der Besorgung ihrer häuslichen Geschäfte abmüßiget; sie kann selbst viele dieser Geschäfte im Beiseyn ihrer Kinder verrichten, und sie als Bildungs- und Unterrichtsmittel benutzen, ohne daß sie sich das Ansehen der Lehrerin geben darf, das so oft Kinder von denen, die sie unterrichten, zurückschreckt.

Zu diesem Unterrichte nun, den die Mutter selbst den Kindern ertheilt, zu dem sie ihre nächsten Umgebungen benutzen kann, benutzen muß, bietet ihr Pestalozzi's Methode die Mittel dar; sie zeigt ihr den Weg, den sie nur mit Liebe und Ausdauer betreten und fortwandeln darf, um auf ihm alle Gemüths- und Seelenkräfte, welche die Natur ihrem Kinde verlieh, mit Sicherheit zu entwickeln, sie vor jeder verkehrten, vor jeder lieblosen Behandlung, der sie bei fremden Erziehern nur zu oft Preis gegeben seyn würden, und die gerade in den ersten Le-

bensjahren doppelt verderblich wirkt, zu bewahren, sich selbst aber die innigste Liebe, das volle Vertrauen, den heißesten Dank ihrer Kinder für ewige Zeiten zu sichern, und so für das ganze Leben, bis in ihr spätestes Alter, sich Freuden zu bereiten, die sie über alle widrige Schicksale erheben, und den Abend ihres Lebens erheitern werden.

Sobald auch erst nur Wenige von der Wahrheit sich überzeugt haben werden, daß nur ein reiner unbefangener Sinn, nur der feste Wille und einige Ausdauer, nicht Gelehrsamkeit, nicht ausgezeichnete Kenntnisse und Talente erfordert werden, um, an der Hand der Methode, Kinder mit dem glücklichsten Erfolge zu unterrichten, dann werden vielleicht auch jene Mädchen, denen ein ungünstiges Schicksal das Glück, selbst Gattinnen und Mütter zu seyn, versagte, die, mit einem Herzen voll Liebe, allein und verlassen dastehen, und eben darum so oft sich höchst unglücklich fühlen, es versuchen, der verwaiseten, hülflosen, unmündigen Kinder sich anzunehmen; sie werden an ihnen Mutterstelle vertreten, sie mit Mutterliebe erziehen, unterrichten; sie werden in diesem Versuche, der gewiß nicht mißlingen wird, der nicht mißlingen kann, wenn sie ihn in Pestalozzi's Geiste, von seinen Grundsätzen geleitet, aus reiner Absicht unternehmen, reichlichen Trost und Ersatz für die Entbehrung eigener Mutterfreuden finden; sie werden von den Kindern, denen sie eine zweite Mutter wurden, innig geliebt werden, und diese Liebe wird sie sich selbst und der Menschheit

wieder geben, wird sie mit Banden der Liebe an die Welt fesseln, die ihnen fremd geworden war, die sie zurückzustoßen schien. Auch sie werden dann ihres Daseyns innig sich freuen, und wiederum in der Welt, die ihnen zuvor so öde war, einheimisch seyn, mit ihr sich aussöhnen. Möge die vorliegende Schrift sie zugleich zu solchen Versuchen aufmuntern, und ihnen zum Wegweiser dienen!

Das, was ich über Pestalozzi, seine menschenfreundlichen Absichten und seine Methode, die Möglichkeit und Nothwendigkeit ihrer allgemeinen Verbreitung zu sagen hatte, erschien mir als das Wichtigste, und ich glaubte daher, diesen Theil meiner auf der Reise gesammelten Bemerkungen vor allen andern, und so bald mittheilen zu müssen, als es, ohne Nachtheil für die Vollständigkeit und Brauchbarkeit meines Werkes, geschehen konnte.

Indessen werde ich meine Bemerkungen über einige deutsche Elementarschulen, so wie die Notizen, welche ich während eines vierteljährigen Aufenthalts in der Schweiz über ihren jetzigen Zustand zu sammeln Gelegenheit hatte, vielleicht gleichfalls für den Druck bearbeiten.

Ich habe endlich hier einem Vorwurfe im Voraus zu begegnen, den man mir vielleicht machen dürfte. Es ist der, der zu großen Weitläuftigkeit des vorliegenden Werkes; da es aber hauptsächlich für Mütter und für die Lehrer der Elementarschulen in Städten und Dörfern bestimmt war, so mußte ich die Gegenstände, um deren zweckmäßige Behandlung es mir vorzüg-

lich zu thun war, möglichst vollständig und lückenlos darstellen. Hiezu kam, daß es mir selbst und vielen Männern, die eine gelehrte Bildung bekommen, die sich einzig und allein dem pädagogischen Fache gewidmet hatten, unendlich schwer geworden war, die von Pestalozzi aufgestellten, für uns ganz neuen Formen richtig aufzufassen, und uns in ihnen zu orientiren, daß ferner viele, mit denen ich über diesen Gegenstand gesprochen, oder die ich unterrichtet hatte, einen Commentar (wenn ich mich des Ausdrucks bedienen darf), zu haben wünschten, mit dessen Hülfe sie die Elementarbücher anwenden könnten. Auch ihren Bedürfnissen wollte ich ein Genüge leisten — und da mannichfaltige Erfahrungen über ihre und meine eigne Ungelehrigkeit mich überzeugt hatten, daß meine Darstellung möglichst ausführlich und mannichfaltig seyn müsse, wenn sie ihrem Endzwecke entsprechen sollte, so darf ich hoffen, daß man mir diese Ausführlichkeit verzeihen werde.

Oldenburg
den 1. Januar 1806.

Der Verfasser.

Zahlenverhältnisse.

I.

Burgdorf den 22. Jun. 1804.

Wie soll ich Dir meine Gefühle schildern, als ich die Mauern des hiesigen Schlosses erblickte, wo Pestalozzi's Institut begann, und wo ich ihn zu finden hoffte? Der schöne Traum, den ich vor einem Jahre geträumt, war nun in Erfüllung gegangen. Ich sollte den Mann sehen, zu dem ich mich unwillkührlich hingezogen fühlte, den ich aus seinen Schriften, aus seinen Unternehmungen liebgewonnen hatte; ich sollte durch den Augenschein überzeugt werden: Ob es möglich sey, das Volk aus dem Elende, aus dem Verderben, in das eine vieljährige Mißhandlung und Verwahrlosung dasselbe gestürzt hatten, zu erretten? Ob der Mann, den viele enthusiastisch lobten, und noch mehrere bitter tadelten, den Weg wirklich gefunden hätte, den ich suchte?

Endlich waren wir im Thore von Burgdorf. Es war Jahrmarkt. Das frohe Gewühl der Landleute, die schönen, schlanken Schweizerinnen, mit ihren gesunden, offnen, freundlichen Gesichtern, deren Reiz durch große, hellgelbe Strohhüte noch er-

höhet wurde, gewährten einen erfreulichen Anblick, und da ich mich unterwegs von Basel hieher nur wenig aufgehalten hatte, so war der Contrast zwischen den steifen Baslern und diesen muntern, kunstlosen Landleuten desto auffallender. Meine erste Frage in dem Stadthause, das zugleich Rathhaus und Wirthshaus ist, war: Ob Pestalozzi und sein Institut noch hier sey? (denn ich hatte gehört, er werde Burgdorf verlassen, aber selbst in Basel nicht erfahren können, wohin er gehe, und ob er mit dem Institute Burgdorf schon verlassen habe). Meine Freude, mich in Burgdorf zu wissen, ward mir aber durch die Nachricht, daß er abwesend, und das Institut so eben mit dem Wegziehen nach Buchsee beschäftigt sey, sehr verbittert. Indessen suchte ich sogleich Dobler auf, der mich, von meiner Ankunft bereits unterrichtet, sehr freundschaftlich aufnahm und einlud, den letzten Mittag mit dem Institute auf der Burg zuzubringen. Gerne folgte ich dieser Einladung. Ich fand hier nur ohngefähr 30 Zöglinge, und von den Lehrern niemand, als Krüsi und Niederer. Daß diese Anstalt nicht auf Gewinn berechnet sey, daß sie nicht nach dem Zuschnitte der Erziehungsanstalten, die ich bisher in Deutschland gesehen, eingerichtet war, das fiel sogleich in die Augen. Hausgeräthe, Speisen, Getränke, Anzug der Anwesenden verrieth die höchste Einfachheit und Sparsamkeit. Die Lehrer, die Zöglinge, und die Fuhrleute, welche den Transport der Sachen besorgen sollten, alle saßen an einem und

demselben Tische, hatten ein und dieselben Speisen. Diese waren reinlich und gesund, aber einfach und kunstlos. Die Zöglinge waren munter, offen und hatten in ihrem ganzen Thun und Wesen ein Etwas, das mich für sie einnahm. Krüsi und Dobler besorgten den Transport der Mobilien des Instituts, das heute Burgdorf für immer verließ, um die Klostergebäude zu Buchsee zu beziehen. Indessen leistete Niederer mir Gesellschaft, ein Mann, mit dem ich Dich etwas näher bekannt machen muß. Niederer ist ein gebohrner Appenzeller; er hat Theologie studiert, und ward schon im achtzehenten Jahre als Prediger in seinem Canton angestellt. Er verwaltete sein Amt mit Beifall und zur Zufriedenheit seiner Gemeine. Indessen lernte er Pestalozzi, seine Ideen und sein Institut kennen; er fühlte sich zu ihm hingezogen, — er glaubte, als sein Freund, als sein Mitarbeiter, mehr Gutes stiften, selbst zu der Verwaltung seines Amtes sich noch geschickter machen zu können, und — er verließ sein Amt, und folgte Pestalozzi, dessen Biograph er einst seyn wird. Daß wir bald uns gegenseitig einander näherten kannst Du leicht denken. Die Mahlzeit war schnell geendigt, aber wir setzten unser Gespräch auf einem Spatziergange fort. Doch, bevor ich Dich einlade, mich auf diesem zu begleiten, gebe ich Dir erst noch einige Nachrichten über das bisher dem Institute eingeräumt gewesene Gebäude.

Ehemals residirte hier der Landvoigt. Während der Revolution gingen die Landvoigteien ein, und die Helvetische Regierung überließ Pestalozzi dieses Schloß für sein Institut. Die Lage des Schlosses ist herrlich. Aus den Fenstern des Speisesaals übersieht man ein schönes Thal, das die Emme, ein wildes Bergwasser, durchströmt; man sieht die pittoresken Kalkfelsen, mit schönen Buchenwäldern begränzt, welche die Gegend um Burgdorf characterisiren, und, im Hintergrunde, die ganze Kette der Alpen (wiewohl ich sie weder heute, noch den Tag darauf zu sehen bekam, weil ein feiner Nebel, gleich einem Herrauche, alle weit entfernte Gegenstände dem Auge verhüllte).

Das Schloß selbst liegt auf einem Berge, und man athmet hier eine sehr gesunde Luft ein; auch ist es sehr geräumig und konnte daher das ganze Institut, das einst über 100 Zöglinge zählte, fassen. Auch für besuchende Fremde war es angenehmer, daß das Institut an einem Orte war, wo ein gutes, geräumiges Wirthshaus und alle Bedürfnisse des Lebens zu ihrem Gebote standen. Allein dennoch hatte dieses Locale einige Unbequemlichkeiten. Es fehlte nemlich oben auf dem Schlosse an trinkbarem Wasser; alle Bedürfnisse mußten aus der Stadt geholt werden; dieser Weg ist lang und beschwerlich, weil man beinahe eine Viertelstunde ziemlich steil hinauf oder herab steigen muß. Eben darum konnten die Zöglinge in den Zwischenstunden nicht so oft der frischen Luft genießen, und sich eine

Bewegung im Freien machen, als das bei einem Aufenthalte auf dem Lande geschehen kann. Ferner dürfte vielleicht ein mehr isolirter Aufenthalt schon an sich für ein Erziehungsinstitut vortheilhafter seyn.

Ich werde künftig noch Gelegenheit haben, zu zeigen, daß das Institut selbst bei seiner Verpflanzung von Burgdorf nach Buchsee, so schwer auch Pestalozzi und seinen Freunden die Trennung von Burgdorf fallen mochte, das sie als den Geburtsort ihrer kleinen Schöpfung betrachteten, und wo sie von den guten Burgdorfern, z. B. von dem biedern Dr. Grimm, so redende Beweise der Freundschaft, Liebe und Theilnahme erhalten hatten, offenbar viel gewonnen hat. Da überdem das Schloß zu Burgdorf wiederum einem Landvoigte zum Sitze angewiesen werden sollte, so konnte man auch die Regierung in Bern wegen einer Verfügung, die Pestalozzi nöthigte, mit seinem Institute Burgdorf zu verlassen, nur in so fern tadeln, als die Stadt Burgdorf dadurch an ihrer Nahrung etwas litt; da indessen, bei der geringen Entfernung des Dorfes Buchsee von der Stadt Bern, voraus zu sehen war, daß letztere Stadt wiederum das gewinnen würde, was erstere verlor, so ist es begreiflich, daß dieser Grund nicht sehr berücksichtiget worden seyn mag. —

Der Spatziergang nun, den Niederer und ich unternahmen, ging nach dem sogenannten heiligen Lande, einem mit Rasen bedeckten Hügel, der sich über alle Berge zunächst um Burgdorf empor-

hebt, und daher eine weite, herrliche Aussicht gewährt. Zuerst geht man über eine Brücke, die über die Emme führt, dann besteigt man jene Kette von Kalkfelsen, wovon drei senkrecht abgeschnittene, die in der Ferne das Ansehen von Festungswerken haben, an ihrem Fuße von dem Wasser der Emme bespült, obenher von dem schönen Grün eines jungen Buchenwaldes bedeckt, eine wahrhaft malerische Gruppe bilden. Wenn man diese Felsen erstiegen hat, die hier und da mit großen, mächtigen Lagern von Nagelfluh gemengt sind, welche letztere man im Steigen auf dem Wege oft in abgesonderten Stücken findet, so schlängelt sich der Weg abwechselnd durch Fichten- und Buchenwälder, durch schöne Wiesengründe an einem schönen Dorfe vorbei, und so steigt man unmerklich immer höher und höher, bis man zuletzt jenen kleinen Hügel, das Heilige Land genannt, erreicht. Hier lagerten wir uns auf den weichen, mit wohlriechenden Kräutern bedeckten Rasen, und weideten unser Auge an der herrlichen Gegend, die sich vor uns ausbreitete. Hier übersieht man einen großen Theil des Jura-Gebürges; aber alle meine Anstrengung, die Alpen zu erblicken, waren vergeblich, und es ging mir wie einem Seefahrer, der erwartungsvoll sein Auge nach der Gegend hin wendet, wo er das lange verheißene Land erblicken soll, und dennoch nichts sieht, als Himmel und Wasser. Ungern verließen wir das heilige Land, und stiegen wieder herab in die profane Welt; doch

schlugen wir nun einen andern Weg ein; der uns bei einem Dorfe vorbeiführte, das eine ziemlich hohe, aber sehr romantische Lage hat; hier kehrten wir in einem Bauernhause ein, um mit Milch uns zu laben. Ich kann Dir nicht beschreiben, welchen tiefen Eindruck diese Bauernwohnung mit ihren Umgebungen auf mich machte; ein zierliches, schönes Haus von einem Stockwerke, mit einem verhältnißmäßig sehr großen Dache, das vielleicht 10 bis 12 Fuß über die Wände hervorragte, und so zugleich zum Holzstalle, zu Aufbewahrung mancherlei Haus- und Ackergeräthes dient, und den Bewohnern im Sommer einen angenehmen Aufenthalt im Freien gewährt, wo sie gegen Sonne und Regen geschützt sind — Hausgeräthe im Ueberflusse (größtentheils von Ahorn- oder Nußbaumholze), aber einfach; überall die größte Reinlichkeit und Ordnung; ein kleiner, sorgfältig angebaueter Garten, worin auch die Blumen nicht vergessen waren, Äcker und Wiesen, die zum Hause gehörten, und eine reiche Aerndte versprachen; dabei der Gedanke: Alles das gehört den Bewohnern erb- und eigenthümlich — alles das contrastirte so mächtig mit dem Bilde der Wohnungen des Landmannes im nördlichen Deutschlande, das noch von dem Augenblicke an, da ich solche elende Hütten zum ersten Male sah, da ich noch dazu erfahren mußte, daß sie ihnen nicht einmal gehören, daß sie selbige, wenn es dem Gutsherrn so gefällt, räumen müssen, mit unverlöschlichen Zügen mir eingeprägt hatte, daß ich sehnlich

gewünscht hätte, einen jener reichen Gutsbesitzer, die da keine Scheu tragen, öffentlich zu behaupten: Ihre Unterthanen wären glückliche Menschen, und würden es nie besser zu haben verlangen, zur Seite zu haben, damit dieser Anblick ihn überzeugen, und vielleicht das in ihm nie erwachte oder wiederum erkaltete Gefühl der Billigkeit, oder wenigstens des Mitleidens mit seinen Nebenmenschen, erwecken oder wiederum erwärmen möge! Gern hätte ich mich mit der Hausfrau über ihre häusliche Lage, über ihre Kinder, unterhalten; allein, die gute Frau verstand mich nicht, und ich sie nur wenig. Mein Hochdeutsch war ihr so fremd, daß sie meinen Gefährten bei Seite rief, und ihn fragte: Woher ich wohl sey, da ich eine ganz fremde Sprache redete?

Was sind diese Menschen doch glücklich! sagte ich zu meinem Gefährten, indem wir weiter gingen; wenigstens könnten sie es seyn, erwiederte er. — Diese Antwort ward mir in der Folge klar, und sie soll es auch Dir werden. Mit der untergehenden Sonne kehrten wir nach Burgdorf zurück. Heute Nachmittag gehe ich nach Buchsee — ich kann es nicht erwarten, bis ich Pestalozzi gesehen haben werde. Schon längst habe ich mir sein Bild im Geiste entworfen, und ich bin neugierig, zu erfahren, ob sein wirkliches Ich diesem Bilde meiner Imagination entsprechen wird? Lebe wohl!

II.

München-Buchsee den 24. Jun. 1804.

Vorgestern Nachmittags um 3 Uhr trat ich mit Niederer meine Wanderung hieher an. Eine lebhafte Unterhaltung verkürzte uns den Weg, dem es überdieß keineswegs an Abwechselung gebricht. — Kurz vor Hindelbank sahen wir einen Wagen kommen; wenn das Pestalozzi wäre! sagte ich zu meinem Begleiter. Er ist's, erwiederte er; der Wagen war bei uns, er hielt an, Pestalozzi sprang heraus, er umarmte mich — es war, als hätten wir uns schon Jahre lang gekannt *); ich mußte mit ihm in den Wagen steigen, so wie mein Reisegefährte, um nach Burgdorf zurück zu kehren. Er war heiter und sehr vergnügt darüber, daß er mit den Seinen von Burgdorf nach Buchsee wandern konnte, ohne Jemanden Etwas schuldig zu bleiben. Freund! es geht, es geht! — sagte er zu mir, mit einem Ausdrucke — nun, man muß die-

*) Du wirst Dich erinnern, daß ich Dir einst schrieb, wir wechselten Briefe, und Pestalozzi habe meine kleine Schrift: Ueber Schul- und Unterrichts-Anstalten u. s. w., welche durch sein Buch: Lienhard und Gertrud ursprünglich veranlaßt worden war, günstig aufgenommen. So kannten wir uns also wirklich schon, wenn gleich wir uns noch nicht von Angesicht zu Angesicht gesehen hatten.

ses lebhafte Auge, diese Züge einer unerschütterlichen Gutmüthigkeit, welche allen Stürmen des Schicksals widerstand, gesehen haben, um diesen Ausdruck sich vorstellen zu können. Noch sah ich in keinem menschlichen Gesichte etwas Aehnliches. Diese Fülle des Gefühls, dieser Reichthum der Gedanken, für welche oft die Sprache nicht hinzureichen scheint, kleidet Pestalozzi, durch das Bedürfniß der Mittheilung, durch den Wunsch, alle Menschen für die gute Sache, für die er lebte, duldete und litt, welcher er noch den Abend seines Lebens ausschließend widmet, zu gewinnen, unaufhaltsam hingerissen, in eine Sprache ein, deren Accente mir beinahe durchaus unverständlich waren; allein jeder einzelne Zug seines Gesichts verdollmetschte das, was er sagte, und so verstand ich doch mehr, als ich erwartet hatte, und was ich nicht verstand, wiederholte er mir deutlicher. —

Am folgenden Morgen machten Pestalozzi, Niederer, Krüsi und ich einen Spatziergang nach einem Landhause, das eine sehr romantische Lage dicht an einem Walde hat, durch den man nach Kirchberg kommt. Noch hatte mein Auge die Alpen nicht gesehen — von dort aus sollten sie vorzüglich schön sich darstellen — wir gingen also nach Kirchberg. Von dem dasigen Kirchhofe aus, der eine ziemlich hohe Lage hat, übersieht man die ganze Kette der Berner Alpen: die Jungfrau, die beiden Eichen, das Wetterhorn, das Finstre-Ahorn, das Schreckhorn u. s. w.

Lange weidete ich mein Auge an diesem nie gesehenen Schauspiele. In diesem Augenblicke hätte ich mit keinem Sterblichen getauscht; unter Freunden, die mir diesen köstlichen Augenblick bereitet hatten, der Erreichung des Zieles meiner Reise so nahe, im Anschauen dieses majestätischen Anblicks versunken, war es mir, als wandelte ich in höheren Regionen. Ein Leichenbegängniß, das wir so eben mit angesehen hatten, trug das Seinige zu meiner sonderbaren Stimmung bei, für die ich eigentlich keine Worte finden kann. Die Erinnerung eines aus der Gesellschaft, daß es schon Mittagszeit sey, weckte mich aus dem Traume, in den ich versunken war; wir kehrten auf einem kürzern, aber den Sonnenstrahlen mehr ausgesetzten Weg, an den Ufern der Emme hin, zurück nach Burgdorf. Nachmittags besuchten wir das Schloß noch einmal, um von ihm Abschied zu nehmen. Abends bestiegen wir einen Hügel, von wo aus man die Alpenkette sehr gut übersehen kann, um hier den Untergang der Sonne und den mannichfaltigen Farbenwechsel der Schneeberge zu beobachten; von dem blendendsten Weiß gingen sie nach und nach über ins schönste Rosenroth, und zuletzt in ein dunkles Violett. Der lebhafte Wunsch, jene schöne Alpenkette in der Nähe zu betrachten, reifte in mir zum festen Entschlusse. Heute früh brach die letzte Caravane von hier nach Buchsee auf; da ich mich nun schon als ein Glied des freundschaftlichen Zirkels betrachten durfte, den Pestalozzi und die,

so mit ihm am Institute arbeiten, bilden, so schloß ich mich an; meine Bagage war längst voraus.

Wir waren zum Frühstücke bei der Gattin eines Berner Kaufmanns eingeladen, die eine eifrige Verehrerin von Pestalozzi's Methode ist, die sie selbst bei ihren acht Kindern anwendet, und wahrscheinlich noch im Laufe dieses Jahres eine Anstalt in Lausanne gründen wird, in welcher Mädchen nach dieser Methode unterrichtet werden sollen. Die Kinder erweckten in mir eine vortheilhafte Meinung von der Mutter, unsrer Wirthinn — ich fand mich in Gesellschaft einiger Personen, die ich zum ersten Male sah, aber der herzliche Ton, der hier herrschte, diese gutmüthige Gastfreundschaft, die hier im Mittelstande so ganz einheimisch ist, stimmten mich bald so gesellig, als ob ich hier Jahre lang bekannt gewesen wäre. Pestalozzi, Krüsi und Niederer, die jetzt Burgdorf, das ihre schönsten Hoffnungen hatte entstehen, wachsen und heranreifen sehen, auf immer verlassen sollten, hatten nicht ihre gewöhnliche Heiterkeit — der Abschied ward ihrem Herzen schwer. Gegen 5 Uhr zogen wir aus; unsre Wirthinn gab uns das Geleite. Es war ein schöner Sommermorgen, und unter traulichen Gesprächen wurden uns die 3 Stunden, welche wir zu machen hatten, so kurz, daß wir noch weit von Buchsee zu seyn wähnten, als es sich unserm Auge schon darstellte. Der Weg führt über Hindelbank und Hofwyl, Fellenbergs Gut (von dem Besitzer und von diesem Gute selbst wer-

de ich künftig Dir noch Manches erzählen). Der Empfang war herzlich, und die Knaben hingen an Pestalozzi mit einer Zärtlichkeit, mit einem Zutrauen, wie Söhne an einem guten Vater. Von den Lehrern fanden wir hier keinen, als Dobler. — Busse und Barrauld waren mit einem Theile der Zöglinge, größtentheils aus dem Canton Leman, in die Gegenden am Genfer und Neufchateler See gereist; v. Muralt mit einigen andern nach Lausanne, Schuri nach dem Canton Glarus, und Ladomus nach Deutschland. Pestalozzi selbst wollte ins Aargau. Unter diesen Umständen beschloß ich, eine kleine Reise nach Chamouny, die ich später erst hatte machen wollen, jetzt gleich anzutreten, um so mehr, als Niederer bereit war, mich dahin zu begleiten. Schon der morgende Tag ist zu unserer Abreise bestimmt. Diesen Nachmittag machte ich Fellenbergs Bekanntschaft; da ich indessen, wo nicht bei ihm wohnen, doch gewiß sehr oft bei ihm seyn werde, so sage ich Dir von dieser ersten Bekanntschaft für jetzt nichts, als daß er, seine Plane und die Mittel, die er zu deren Ausführung anwendet, schon an sich eine Reise hieher verdienen.

Diese Behauptung wird sich durch das, was ich künftig Dir hierüber mittheilen werde, hinlänglich rechtfertigen. — Ich hatte gewünscht, im Institute zu wohnen, und die wackre Hausfrau, Pestalozzi's Schwiegertochter (sein Sohn starb in der Blüthe der Jahre) verstattete es mir gerne. Ohne

den Beistand dieser seltnen Frau würde Pestalozzi das Institut in Burgdorf nicht haben erhalten können. Sie war allen Zöglingen zärtliche Mutter, sie pflegte die Kranken, und sorgte für die Gesunden; dabei besorgte sie die ganze große Wirthschaft mit Pünktlichkeit, mit strenger Sparsamkeit, und doch dabei mit einer so liberalen Gutmüthigkeit, daß Lehrer und Zöglinge sie innig liebten und achteten, und ihre Anordnungen gerne befolgten. Auch in den trüben Stunden, wenn Pestalozzi zuweilen nicht wußte, woher Brod nehmen für seine zahlreiche Familie auf den kommenden Tag, die kommende Woche, auch dann verlor doch sie den Muth nicht; sie bot vielmehr Alles auf, es zu verhindern, daß jene Verlegenheit nicht sichtbar oder eigentlich fühlbar werde.

Nicht Gewinnsucht leitete Pestalozzi bei diesem Unternehmen — er ließ sich für jeden Zögling für Kost, Unterricht, Wohnung, Wäsche, Betten, monatlich nur 22 Gulden rheinisch (12 Thlr. Gold) zahlen; aber unter 100 Zöglingen, die er hatte, waren zuweilen 30 bis 40, die gar nichts bezahlten, und selbst die, welche bezahlten, thaten es nicht immer zur bestimmten Zeit — es ist daher begreiflich, daß er oft in Verlegenheit kommen, daß er beträchtlichen Schaden leiden mußte. Auch hat er wirklich 20,000 Schweizer-Franken (4 Schweizer-Franken machen 6 französische Franken, also 16 einen Carolin oder 11 Gulden rheinisch) bei diesem Unternehmen zugesetzt. Der einzige Vor-

wurf, den man ihm hierbei mit Recht machen könnte, ist der, daß seine Uneigennützigkeit, seine Freigebigkeit ein Institut, dessen Erhaltung für sein Vaterland, vielleicht für das ganze menschliche Geschlecht von so großer Wichtigkeit war, der Gefahr des Untergangs unaufhörlich aussetzte. Indessen hat er es doch beinahe 5 Jahre glücklich erhalten. Lebe wohl! Nach meiner Rückkunft von Chamouny schreibe ich Dir wieder.

III.

München-Buchsee den 21. Jul. 1804.

Du mahnest mich an mein Versprechen, Dir den Gang der Pestalozzischen Methode, den Eindruck, den sie auf mich selbst gemacht, die Resultate derselben, die ich an den nach ihr gebildeten jungen Leuten bemerken würde, genau und ausführlich zu schildern. Ich sehe jetzt, indem ich an die Erfüllung meines Versprechens gehen will, größere Schwierigkeiten, als ich vermuthete, weil die Sache selbst mir ganz neu und von allem, was ich bisher sah, abweichend erschien. Indessen weißt Du, daß es mein fester Vorsatz war, nach meiner Rückkehr dieser Methode, falls ich sie zweckmäßig und anwendbar fände, Eingang in die Volksschulen und in die häusliche Erziehung zu verschaffen. Allein meine Bitte, mir einen jungen Mann mitzugeben, der sich unter meiner Leitung mit den verschiedenen Methoden des Unterrichts an den Orten, die ich zu bereisen dachte, bekannt machen, und diejenige, die sich mir als die brauchbarste darstellen würde, praktisch erlernen, und dann unter meinen Augen ausüben und anwenden könnte, war mir nicht gewährt worden, und ich mußte also, wenn ich meinen Endzweck erreichen wollte, die Methode

und

und ihre Resultate nicht blos beobachten, sondern mir ganz zu eigen machen; ich mußte, was ich zuvor nie versucht hatte, selbst unterrichten, — um denen, auf die ich zu wirken dachte, durch wirkliche Resultate, durch unmittelbare Anschauung, deutliche und richtige Begriffe von dieser Sache, von ihren Vortheilen und Vorzügen beizubringen, um sie zu eigenen Versuchen zu veranlassen, und ihnen bei diesen hülfreiche Hand leisten zu können. Du kannst also sicher annehmen, daß ich nicht nur genau beobachtete, und gewissenhaft prüfte; sondern daß ich auch alle Mittel anwandte, um in der kurzen Zeit meines hiesigen Aufenthalts mich selbst zum Lehrer und Erzieher nach dieser Methode, die mir als gut, als heilbringend für das menschliche Geschlecht, und als leicht anwendbar (leichter, als die bis hieher gewöhnlichen Unterrichtsmethoden) erschien, zu bilden. Fürchtete ich daher nicht, daß es mir an der gehörigen Klarheit und Bestimmtheit des Vortrages fehlte, so würde ich annehmen dürfen, daß das, was ich Dir hierüber sagen werde, hinreichen möchte, Dir das Ganze klar und deutlich zu machen, und alle Deine Zweifel zu heben, deren einige ich, wie Du weißt, vorher, ehe ich mit eigenen Augen gesehen hatte, mit Dir theilte. So aber mußt Du mit meinem guten Willen vorlieb nehmen, und genüget Dir mein Versuch nicht, das thun, was ich Dir schon zuvor gerathen habe, und Dir jetzt mit vollkommner Ueberzeugung noch dringender anrathen kann: Gehe hin und schaue!

Was Pestalozzi, seine Freunde und Gehülfen dazu beitragen konnten, Leute, die sich für ihre Sache wahrhaft interessiren, damit gründlich bekannt zu machen, das haben sie an so Manchem vor mir und auch an mir selbst gethan. Sie betrachten sie als Sache der Menschheit; alle, die sich dieser annehmen, sind ihnen Brüder und Freunde, und auf diese Weise haben sie eine seltene Bereitwilligkeit, den Weg zu dem Ziele zu zeigen, das sie jetzt theils erreicht haben, theils bald zu erreichen mit Sicherheit erwarten dürfen.

Freundschaftlich und wohlwollend boten auch mir Pestalozzi und sämmtliche Lehrer die Hand, um mich über alles, worüber ich Belehrung zu erhalten wünschte, zu unterrichten; mir da, wo ich selbst Versuche und Erfahrungen machen wollte, die Gelegenheit darzubieten; dieser Freundschaft, diesem Wohlwollen danke ich, was ich hier lernte; ihnen verdanke ich es, daß es mir gelang, in der kurzen Zeit, auf welche ich beschränkt war, den Endzweck meines hiesigen Aufenthalts zu erreichen.

Ich wende mich zuerst zu der Anschauungslehre der Zahlverhältnisse.

Als ich zum ersten Male von Weitem das Monotone: Vier Mal eins ist ein Mal 3 und ein Mal der 3te Theil von 3 — Fünf Mal eins ist ein Mal 3 und zwei Mal der 3te Theil von drei u. s. w. von allen Knaben einer zahlreichen Klasse zugleich und in dem ohnehin etwas harten Schweizerdialecte hörte, war freilich dieser erste Ein-

druck nicht angenehm. Indessen kamen gerade diesen Tag Fremde — man führte sie, wie es hier bisher gewöhnlich bei solchen, die nur kurze Zeit sich aufhalten, nur einen allgemeinen Ueberblick erhalten wollten, geschah, schnell von einer Uebung zur andern, und ich konnte nicht umhin, die Schnelligkeit, die Sicherheit und Bestimmtheit, mit der die Knaben die schwierigsten Aufgaben auflöseten, und von der Art der Auflösung genaue Rechenschaft ablegten, zu bewundern; zugleich aber drängte sich mir eine Bemerkung auf, die mir wenigstens eben so wichtig war: daß nehmlich bei Auflösung der verwickeltesten Rechnungen genau ein und ebenderselbe Weg eingeschlagen wurde, wie bei den allereinfachsten — daß die Behandlungsweise des allereinfachsten Verhältnisses: 1 ist der halbe Theil von 2, 2 Halbe sind 1 Ganzes, allen nachherigen Uebungen, selbst der Auflösung der schwierigsten Bruchrechnungen, zum Grunde liege. Diese hohe Consequenz der Methode, diese Sicherheit und Bestimmtheit, mit der die jungen Leute rechneten, ihr munteres, offenes Wesen; der Umstand, daß sie bei ihrem Rechnen sich nie irrten, oder wenigstens ihre Fehler sogleich selbst bemerkten und verbesserten, so wie, daß keine äußeren Umgebungen sie zu zerstreuen vermochten, waren mir Bürge dafür, daß der Weg, auf dem sie so gebildet worden waren, Aufmerksamkeit verdiene; allein, eben um dieser Consequenz Willen schien es mir nothwendig, diesen Gang von dem ersten Anfangspunkte an zu verfolgen, und daher

mich selbst in die Stelle eines Kindes zu versetzen, das so eben erst anfängt das Zählen zu lernen. Schmidt, der seitdem Lehrer am Institute geworden ist, übernahm gefällig die Mühe, dieses große Kind zu unterrichten.

Man bedient sich hier zum Zählen und zu den ersten Uebungen kleiner Cubus von Holz, die ursprünglich eine andere Bestimmung hatten. Auch nimmt man hiezu Bohnen, kleine Steinchen und dergleichen. Zuerst müssen die Kinder zählen lernen; in dieser Absicht nahm der Lehrer Anfangs jene wirklichen Gegenstände von einer und derselben Art zur Hand; er zeigte dem Kinde z. B. einen Würfel, und sagte ihm: Das ist 1 Würfel — das Kind sprach nach, indem es selbst den Würfel mit der Hand ergriff und vor sich hinlegte: Ein Würfel. —

Lehrer (indem er einen 2ten Würfel zulegte). Das sind 2 Würfel.

Kind (indem es diese 2 Würfel mit den Fingern berührte, oder selbst 2 Würfel, einen nach dem andern, vor sich hinlegte). 2 Würfel.

Lehrer (indem er noch einen hinzufügte). Das sind 3 Würfel.

Kind (wie vorher). 3 Würfel.

Lehrer (indem er 2 Würfel hinwarf). Wie viele liegen hier?

Kind. 2 liegen hier.

Lehrer (3 Würfel hinwerfend). Wie viele Würfel liegen jetzt hier?

Kind. 3 liegen da.

Lehrer (nachdem er das Kind bis zu 5 hatte zählen lassen, 4 Würfel hinwerfend). Wie viel sind das?

Kind. Es sind 4.

(Antwortete das Kind nicht richtig, so war es dem Lehrer ein Zeichen, daß es das Vorhergehende sich auch nicht gehörig eingeprägt hatte, und dann ging er zu der vorhergehenden Zahl wieder zurück).

Lehrer (5 Würfel hinwerfend). Wie viel siehst Du jetzt vor Dir?

Kind. Ich sehe 5.

So ging der Lehrer weiter bis zu 10, indem er, bevor er zu einer neuen Zahl schritt, immer das Kind die vorher da gewesenen Zahlen auf die angegebene Art wiederholen ließ.

Nunmehr konnte also das Kind von 1 bis 10 zählen. (Es versteht sich hiebei von selbst, daß der Lehrer, oder die Mutter, für welche diese Uebung eigentlich gehört, die möglichste Abwechselung dabei anbringe, indem sie das Kind dessen eigne oder ihre Finger, die Knöpfe an seinem Kleide oder andre ihm nahe liegende Gegenstände zählen läßt, daß das Kind ferner nur immer kurze Zeit, aber täglich ein Paar Mal, damit beschäftigt werde, damit es nicht ermüde und keinen Widerwillen gegen diese Beschäftigung bekomme.) Hierauf legte der Lehrer den Kindern, die so weit gekommen waren, daß sie von 1 bis 10 zählen konnten, abermals, z. B. eine Bohne hin, und sagte ihnen vor: Ein Mal eins.

Kind. Ein Mal eins.

Lehrer (eine 2te Bohne, nicht dicht neben die 1ste, sondern in einiger Entfernung, hinlegend). Zwei Mal eins.

Kind. Zwei Mal eins.

So fuhr der Lehrer fort, bis 10 Mal 1 auf dem Tische lagen, und zwar so, daß jede von der folgenden gleich weit entfernt war und alle in der nehmlichen geraden Richtung, die Länge nach der Thüre hin, die Keime alle nach der linken Seite gekehrt, da lagen. Nun weiter:

Lehrer (zu den Kindern). Jetzt gebt Acht, wir wollen einmal die Bohnen recht betrachten und sehen, ob wir noch etwas an ihnen bemerken können; zuerst sagt mir noch ein Mal: Wie viel Bohnen liegen hier?

Kinder. 10 Bohnen liegen hier.

Lehrer. Sind sie alle dicht neben oder auf einander?

Kinder. Nein! sie liegen nicht dicht beisammen, sie berühren sich gar nicht.

Lehrer. Aber, wie sind sie von einander entfernt? liegt die erste Bohne näher oder weiter von der 2ten, als die 2te von der 3ten?

Kinder. Nein! sie liegen alle gleich weit von einander.

Lehrer. Recht! Seht, nun wissen wir schon etwas mehr von diesen Bohnen — hier liegen 10 Bohnen gleich weit von einander entfernt.

Kinder. Hier liegen 10 Bohnen gleich weit von einander entfernt.

Lehrer. Wir wollen nun sehen, ob wir noch mehr finden. — Sagt mir, könnten die Bohnen nicht noch anders liegen, als sie wirklich liegen, ohne daß es ihrer weniger wären, und ohne, daß die einen näher und die andern weiter von einander entfernt lägen? (finden die Kinder nicht von selbst, daß sie sowohl in gerader, als in krummer Richtung liegen können, so legt sie der Lehrer jetzt in krummer Richtung, ohne jedoch ihre Anzahl oder ihre Entfernung unter sich zu ändern; dieses Verfahren wird die Kinder sogleich dahin führen, einzusehen, daß sie von den Bohnen zugleich sagen müssen: Ob sie in gerader, oder in krummer Richtung liegen — im vorliegenden Falle würden sie also sogleich sagen:)

Kinder. Diese Bohnen liegen in gerader Richtung.

Lehrer. Jetzt hätten wir also wieder etwas Neues bemerkt; damit wir es nicht wieder vergessen, so wollen wir alles, was wir bis jetzt bemerkt haben, noch einmal wiederholen: Hier liegen 10 Bohnen, gleich weit von einander entfernt, in gerader Richtung.

Kinder. Hier liegen 10 Bohnen, gleich weit von einander entfernt, in gerader Richtung.

(Eben so verfuhr der Lehrer mit Auffindung der Lage der Länge und der Keime, bis die Kinder zuletzt von den Bohnen sagten: Hier liegen 10 Boh-

nen, gleich weit von einander entfernt, in gerader Richtung, die Länge gegen die Thüre, die Breite gegen die Fenster gerichtet, die Keime auf der linken Seite).

Lehrer. Also wissen wir jetzt von diesen Bohnen sechserlei:

1) daß es ihrer 10 sind;
2) daß sie gleich weit von einander entfernt sind;
3) daß sie in gerader Richtung liegen;
4) daß ihre Länge gegen die Thüre gerichtet ist;
5) daß ihre Breite gegen die Fenster gerichtet ist;
6) daß die Keime auf der linken Seite sind.

(Nachdem die Kinder dieses genau wußten, ließ er sie sich umkehren, so daß sie ihm den Rücken zukehrten; während dem nahm er 2 Bohnen hinweg, rückte die 2te näher gegen die 1ste, ließ die Kinder sich wieder herumdrehen, und fragte nun: Wie viele sind jetzt hier?)

Kinder (nachdem sie gezählt haben). 8 sind nur noch hier.

Lehrer. Wie viele waren hier?

Kinder. 10 waren hier.

Lehrer. Wie viele habe ich weggenommen?

Kinder. 2 hast Du weggenommen (hier bezeichneten die Kinder mit den Fingern die Stellen, wo sie fehlten).

Lehrer. Ist weiter nichts mit den Bohnen vorgegangen?

Kinder (noch ein Mal die Bohnen genau betrachtend). Ja, Du hast diese da (auf die

nähergerückte hindeutend) näher gegen die andre gerückt.

Lehrer. Richtig! ist weiter nichts mit den Bohnen vorgenommen worden?

Jedes der Kinder. Ich sehe weiter nichts.

Lehrer. Wie waren die Bohnen, ehe Ihr Euch umdrehtet?

Kinder. Es waren 10 Bohnen, gleich weit von einander entfernt, in gerader Richtung, die Länge gegen die Thüre, die Breite gegen die Fenster gerichtet, die Keime auf der linken Seite.

Lehrer. Was hatte sich verändert, während Ihr Euch umgedreht hattet?

Kinder. Es waren nur noch 8 Bohnen da, und die eine von ihnen war näher zu einer andern gerückt. Alles Uebrige war geblieben.

Lehrer. Richtig! (nachdem er wieder alle 10 Bohnen eben so, wie zuvor hingelegt hatte,) Nun dreht Euch wieder herum; ich will doch sehen, ob ihr mir auch dieß Mal alles richtig angeben werdet. (Die Kinder drehten sich um; und nun nahm der Lehrer die 1ste Bohne von ihrer Stelle hinweg, und legte sie dicht hinter die 3te, und eben so die 6te dicht hinter die 10te; dann drehte er eine Bohne so, daß, anstatt der Länge, die Breite nach der Thüre, und 2 Bohnen so, daß die Keime nach der rechten, anstatt nach der linken Seite hin, gerichtet waren.) Hierauf zu den Kindern: Drehet Euch wieder um, und betrachtet die Bohnen recht genau, denn es ist viel vorgegangen; ich will sehen,

ob Ihr recht Acht gegeben habt? Vor allen Dingen sagt mir: Wie viel Bohnen liegen hier?

Kinder (nachdem sie gezählt hatten, doch aber der Lücken wegen etwas verwundert). 10 Bohnen liegen hier.

Lehrer. Sind welche weggenommen?

Kinder. Nein, es sind noch so viele, als es vorher waren.

Lehrer. Liegen sie noch in gerader Linie?

Kinder. Ja! Aber doch sind 2 Lücken da: Du hast da doch wohl etwas weggenommen?

Lehrer. Ihr sagtet ja so eben, daß es noch eben so viele wären, als zuvor; wie mag es zugegangen seyn, daß hier Lücken sind, und doch noch eben so viele Bohnen da liegen, als vorher. — Wer kann mir das wohl sagen? (Kamen die Kinder nicht von selbst darauf, daß eine Versetzung mit den Bohnen vorgegangen sey, so zeigte er es ihnen).

Kinder. Du hast hier (mit dem Finger auf die Stelle zeigend, wo zuvor die 1ste Bohne lag,) eine Bohne hinweg genommen, und sie hieher (auf die Bohne zeigend, die nun dicht hinter der 3ten lag,) gelegt u. s. w.

Lehrer. Richtig! Ist weiter nichts vorgegangen?

Kinder. Ja. Hier liegt eine Bohne anders, wie sie vorher lag; sie lagen alle in der Länge, diese liegt aber in der Breite.

Lehrer. Ganz recht. Nun habt Ihr mir wohl alles gesagt, was mit den Bohnen vorgegangen ist.

Kinder. Ja.

Lehrer. Seht noch ein Mal genau zu — Bemerkt Ihr weiter nichts? (Da die Kinder nicht darauf kamen, daß jetzt 2 Bohnen mit den Keimen nach der rechten Seite zu gekehrt waren, so ließ der Lehrer die Kinder noch ein Mal beschreiben, wie die Bohnen Anfangs gelegen hatten; nachdem sie dieses gethan und zuletzt gesagt hatten: Die Keime liegen alle auf der linken Seite — fragte er sie nochmals: Bemerkt ihr nun wirklich weiter nichts an diesen Bohnen?)

Kinder. Ja, doch noch etwas! 2 Bohnen sind umgedrehet, so daß die Keime jetzt auf der rechten Seite liegen.

Du siehst, welche Mannichfaltigkeit auf diese Weise schon bei dem bloßen Zählen bis 10 angebracht wird. Ich habe oft die Erfahrung gemacht, wie schwer es hält, Kindern gerade die allerersten Elemente beizubringen *). Diese Art, den Kindern das Zählen beizubringen, und sie zugleich alles Bemerkbare in Rücksicht der Lage auffinden, alle Ortsbestimmungen genau angeben zu lassen, war mir daher sehr willkommen, und ich glaubte,

*) Ich ließ einst einen Knaben von 4 Jahren täglich 2 Mal, aber immer nur ein Paar Minuten lang, zählen, und er gebrauchte 6 Wochen, um bis 5 zählen zu lernen, das heißt so, daß er wirklich zählen konnte; denn um das Nachplaudern der Zahlwörter war es nicht zu thun.

daß ich sie Dir nicht vorenthalten dürfe, daß vielmehr auch Dir eine ausführliche Darstellung derselben erwünscht seyn werde. — In der Folge legte der Lehrer den Kindern abermals eine Bohne oder einen Würfel vor, und sagte: Ein Mal Eins.

Kinder. Ein Mal Eins.

Lehrer (auf diesen daliegenden Würfel hinweisend). Ein Mal eins (einen 2ten ergreifend,) und noch ein Mal eins (diesen 2ten Würfel zu dem 1sten hinlegend,) sind 2 Mal 1.

Kinder. Ein Mal eins und noch ein Mal eins sind 2 Mal eins.

Lehrer (auf die beiden daliegenden Würfel hinweisend). 2 Mal 1 (einen 3ten Würfel ergreifend,) und noch ein Mal eins (den 3ten zu den 2 schon daliegenden hinzufügend,) sind 3 Mal eins.

Kinder. 2 Mal 1 und noch 1 Mal 1 sind 3 Mal 1.

So ward es fortgesetzt bis zu 9 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 10 Mal eins. Um sich zu überzeugen, ob die Kinder das Zusammenzählen bis 10 gehörig inne hatten, legte der Lehrer eine Anzahl Würfel, z. B. 7, hin, und fragte: Wie viel liegen hier?

Kinder. 7 liegen da.

Lehrer. Wenn ich zu den 7, die hier liegen (indem er noch einen Würfel hinzufügt), einen Würfel zulege, wie viele werden es dann seyn?

Kinder. Wenn Du zu den 7 Würfeln, die hier liegen, noch einen hinlegst, so sind es acht.

Lehrer. Warum?

Kinder. 7 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 8 Mal 1.

Lehrer (indem er den 8ten wiederum wegnimmt). Hier liegen wieder 7; aber (indem er von diesen 7 einen hinwegnimmt), wenn ich von diesen 7 einen hinwegnehme, wie viel bleiben dann übrig?

Kinder. Wenn Du von 7 einen wegnimmst, dann bleiben 6.

Diejenigen Kinder, die in dieser Uebung hinlängliche Fertigkeit erlangt hatten, ließ der Lehrer bis 20 zählen, auf eben die Art und Weise, wie vorher bis 10. Auch hier that er den Kindern ähnliche Fragen, z. B.

Lehrer (indem er eine unbestimmte Anzahl Würfel, jedoch mehr, als 10, hinwarf). Wie viele sind das?

Kinder (nachdem sie gezählt hatten). Es sind 15.

Lehrer. 15 Mal 1 und 1 Mal eins zusammen, wie viel Mal 1?

Kinder. 15 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 16 Mal eins.

Lehrer. Aber 15 Mal 1, weniger 1 Mal 1, wie viel Mal 1?

Kinder. 15 Mal 1, weniger 1 Mal 1 sind 14 Mal 1.

Sobald die Kinder solche Fragen, mit und ohne Hülfe der Würfel oder Bohnen, richtig beantworten konnten, hielt sich der Lehrer überzeugt, daß sie diese Elemente der Zahlenverhältnisse begriffen

hatten, und ging nunmehr weiter zu der combinirten Einheit 2.

Lehrer (indem er 2 Würfel neben einander vor sich hinlegte). 2 Mal 1 sind 1 Mal 2.

Kinder. 2 Mal 1 sind 1 Mal 2.

Lehrer (indem er diese 2 wieder trennte, den einen mit den Fingern in die Höhe hielt, oder mit dem Finger darauf hinwieß). 1 Mal 1 ist der halbe Theil von 2 Mal 1 oder von 2.

Kinder. Ein Mal 1 ist der halbe Theil von 2 Mal 1 oder von 2.

Lehrer (indem er den 2ten wieder zu dem 1sten hinlegte). 2 Mal 1 sind 1 Mal 2.

Kinder. 2 Mal 1 sind 1 Mal 2.

Lehrer (indem er unter die schon daliegenden 2 Würfel einen dritten hinlegte, damit sie so

□□
□

da lagen). 3 Mal 1 sind 1 Mal 2 und 1 Mal der halbe Theil von 2.

Kinder. 3 Mal 1 sind 1 Mal 2 und 1 Mal der halbe Theil von 2.

Lehrer (indem er zu dem 3ten Würfel noch einen hinzufügte,

□□
□□

so daß sie 2 Paare bildeten). 4 Mal 1 sind 2 Mal 2.

Kinder. 4 Mal 1 sind 2 Mal 2.

Diese Uebung wird fortgesetzt bis zu 20 Mal 1 sind 10 Mal 2 (wobei also 20 Würfel, oder Boh-

nen, oder Steinchen, paarweise da liegen). Sie wird hierauf umgekehrt vorgenommen, indem der Lehrer einen Würfel hinlegt, und sagt: Der halbe Theil von 2 ist 1 Mal 1.

Kinder. Der halbe Theil von 2 ist 1 Mal 1.

Lehrer (legt einen Würfel hinzu, so daß die beiden ein Paar ausmachen). 1 Mal 2 ist 2 Mal 1.

Kinder. Ein Mal 2 ist 2 Mal eins.

Lehrer (legt einen 3ten hinzu). 1 Mal 2 und der halbe Theil von 2 sind 3 Mal eins.

Kinder (welche beständig die Würfel im Auge haben). Ein Mal 2 und der halbe Theil von 2 sind 3 Mal eins.

So wird fortgefahren bis zu 10 Mal 2 sind 20 Mal eins. Dieses Vor- und Nachsprechen wird in jeder Unterrichtsstunde nur ein Mal vorgenommen, und es folgen darauf mannichfaltige Fragen, die sich immer hierauf beziehen. Da es wesentlich ist, daß die Kinder gerade dieses an sich so einfache Verhältniß von 1 zu 2, von einem Halben zu 2 Halben, vollkommen inne haben, so legt man möglichst viel Mannichfaltigkeit und Abwechselung in den Unterricht, der dahin zweckt, ihnen dieses Verhältniß beizubringen. Mehrere Beispiele dieser Art werden Dich in den Stand setzen, bei selbst anzustellenden Versuchen mit diesem Zweige des Elementarunterrichts eben so vollständig zu seyn.

Lehrer (indem er eine Anzahl Cubus oder Bohnen, z. B. 15, in Unordnung hinwirft). Wie viel mal 2 liegen hier?

Kinder (indem sie je 2 und 2 Würfel mit 2 Fingern zugleich berühren, und so sie zählen, wobei sie nicht leicht den nehmlichen 2 Mal zählen werden *). 7 Mal 2 und der halbe Theil von 2 liegen hier.

(Hatten sie, oder einer unter ihnen, unrichtig gezählt, so mußte er noch ein Mal und so lange zählen, bis er richtig zählte).

Lehrer. Hier liegen also 7 Mal 2 und der halbe Theil von 2. Wie viel Mal 1 sind es?

Kinder. 7 Mal 2 und der halbe Theil von 2 sind 15 Mal eins.

Lehrer. Warum?

Kinder. 7 Mal 2 sind 14 Mal 1; der halbe Theil von 2 ist 1 Mal 1; 14 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 15 Mal 1.

Die Kinder müssen jedes Mal die Antwort durch Wiederholung der Frage mit dieser in Verbindung setzen — auf diese Weise sieht der Lehrer sogleich, ob die Frage richtig aufgefaßt ist, und vor der Seele des Lernenden stehet die Totalität der Aufgabe und Auflösung.

Man würde sich sehr irren, wenn man die Beobachtung dieser Vorschrift für überflüßig halten wollte. Sie hat den wesentlichsten Einfluß auf die Entfaltung der Seelenkräfte des Kindes. So überflüßig und langwierig ihre Beobachtung daher auch im-

*) Uebrigens bringen sie es gewöhnlich bald dahin, daß sie, auch ohne Hülfe der Finger, blos mit dem Auge, richtig zählen.

immer erwachsenen Lehrern scheinen mag, so sollten diese doch nie vergessen, daß jedes Kind das nicht nur erst lernen, sondern auch sich tief einprägen soll, was der Erwachsene schon längstens weiß, und sich durch oftmaliges Wiederholen unvergeßlich eingeprägt hat. Ueberdieß scheint mir der Umstand, daß die hier gebildeten Knaben die verwickeltsten Fragen, die man ihnen mündlich vorlegt, nicht nur so fort richtig beantworten (denn das lernte ich ebenfalls durch Hülfe der Methode), sondern auch bei der Auflösung oder bei der Antwort auf die Frage: Warum? — die ganze Frage ohne Anstoß wiederholen konnten, statt daß ich und mehrere Erwachsene, welche hier die Methode kennen lernen wollten, indem wir der Aufgabe, während daß sie gegeben ward, nachrechneten, ihre einzelne Glieder und ihre Reihenfolge vergaßen oder nicht gehörig uns eingeprägt hatten, und also die Auflösung nur dann geben konnten, wenn man uns die Aufgabe nochmals wiederholte. — Dieser Umstand, sage ich, scheint mir gleichfalls wichtig, und dürfte vorzüglich der strengen Beobachtung jener Vorschrift, von den allereinfachsten Aufgaben an bis zu den verwickeltesten, zuzuschreiben seyn.

Lehrer (indem er eine Anzahl von Würfeln, z. B. 12, paarweise hinlegte). Wie viel Mal 2 liegen hier?

Kinder. 6 Mal 2.

Lehrer (zu den Kindern). Merkt Euch dieses genau, wie viel hier liegen, denn ich nehme hernach

einige hinweg, und Ihr müßt mir sagen: Wie viele ich hinweg genommen habe? Dann weiter (nachdem die Kinder die da liegenden Würfel nochmals ins Auge gefaßt hatten); jetzt dreht Euch herum (oder: macht die Augen zu) — (nachdem der Lehrer einige, z. B. 7, weggenommen hatte). Jetzt sehet her, und sagt mir: Wie viel habe ich hinweggenommen?

Kinder (im Anfange bezeichneten sie die Stellen, wo zuvor diese weggenommenen Würfel lagen, mit dem Finger, und gaben so ihre Anzahl an; späterhin aber, da sie sich mehr geübt hatten, sahen sie sogleich, ohne Hülfe der Finger, wie viele fehlten). 3 Mal 2 und der halbe Theil von 2 sind hinweg genommen.

Lehrer. Aber, wie viel Mal eins sind weggenommen?

Kinder. 7 Mal eins.

Lehrer. Wie viel Mal 2 muß ich wieder hinlegen, damit wieder so viele da liegen, als zuvor?

Kinder. 3 Mal 2 und den halben Theil von 2.

Lehrer. Aber, wie viel Mal eins müßte ich wieder hinlegen?

Kinder. 7 Mal eins.

Lehrer (indem er nur 1 wieder zulegt). Wie viel Mal 2 fehlen jetzt noch?

Kinder. 3 Mal 2.

Der Lehrer fragte zuweilen auch, z. B. hier: 3 Mal 2, wie viel Mal der halbe Theil von 2? (anstatt: wie viel Mal eins; um es den Kindern

anschaulich zu machen und einzuprägen, daß 1 und der halbe Theil von 2 dasselbe ist).

Kinder. 3 Mal 2 sind 6 Mal der halbe Theil von 2.

Lehrer. Warum?

Kinder. 3 Mal 2 sind 6 Mal 1; 1 ist der halbe Theil von 2; 6 Mal 1 sind 6 Mal der halbe Theil von 2; also ꝛc.

So legte der Lehrer nach und nach alle Würfel wieder hin, indem er bald nur einen, bald 2 und mehrere Würfel auf ein Mal wieder zulegte, um zu verhindern, daß die Kinder nicht gedankenlos nachsprechen, ohne bestimmte Anschauungen mit dem, was sie sagen, zu verbinden. (Geschähe das nicht, würde z. B. immer nur ein Würfel wieder zugelegt, oder hinweg genommen, so würden die Kinder glauben: Nach dem Schalle, 3 Mal 2 sind weggenommen, komme immer der Schall: 2 Mal 2 und der halbe Theil von 2 sind weggenommen u. s. w., so wie bei dem gewöhnlichen Lernen des Ein Mal Eins die Kinder es bald auswendig wissen, daß nach dem Schalle: 3 Mal 4 der Schall 12 folgt, und eben darum auf die Frage 4 Mal 3, wie viel Mal Eins? — nicht zu antworten wissen, weil dieser Schall ihnen unbekannt ist, also auch keinen bekannten Schall in ihnen weckt; folglich das Ein Mal Eins hersagen, oder absingen, ohne sich irgend etwas dabei zu denken, ohne sich der Zahlenverhältnisse bewußt zu seyn.)

Lehrer (nachdem er alle 6 Paar Würfel wieder hingelegt). Was muß ich jetzt noch hinzulegen?

Kinder. Nichts mehr; es sind wieder alle 6 Mal Zwei da.

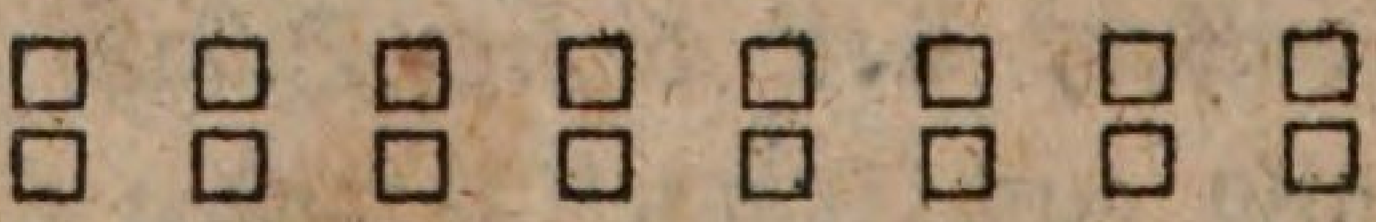
Oder:

Lehrer (indem er bei dem, was er zuletzt zulegte, 1 mehr hinzufügte, als vorher da waren). Wie viel muß ich jetzt noch zulegen?

Kinder. Nichts mehr; es liegt einer zu viel da. (Zuweilen, wenn sie nicht genau zusahen und Acht gaben, irrten sie, und antworteten: „Den halben Theil von 2;“ da mußten sie nochmals zählen.)

Damit die Kinder auch hier sich noch mehr üben möchten, auf die Lage der Gegenstände zu achten, so nahm der Lehrer diese nehmliche Uebung noch auf folgende Art vor:

Lehrer (indem er, wie zuvor, 8 Paar Cubus in eine solche Ordnung hinlegte, daß jedes Paar ein Rechteck bildete, daß die breiten Seiten dieser Rechtecke parallel liefen, die schmalen Seiten in der nehmlichen Linie lagen, alle Paare unter sich gleich weit von einander entfernt waren, so wie die vorliegende Zeichnung es Dir anschaulich machen wird,



und endlich die breiten Seiten der Rechtecke nach der Thüre, die schmalen Seiten nach dem Fenster gerichtet waren). Wie viel Mal 2 liegen hier?

Kinder. 8 Mal 2.

Lehrer. Merket Euch jetzt genau: Wie viele da liegen, und nun sagt mir auch: Wie liegen diese Würfel hier?

Kinder. Es liegen immer 2 und 2 Würfel zusammen.

Lehrer. Bemerkt Ihr weiter nichts? Liegen sie gleich weit von einander, oder liegen sie in ungleicher Entfernung?

Kinder. Alle Paar Würfel sind (unter sich) gleich weit von einander entfernt.

Lehrer. Es gibt noch mehr zu bemerken; betrachtet die Würfel noch ein Mal recht genau — findet ihr nichts mehr?

Kinder. Jedes Paar Würfel bildet ein Rechteck; die breiten Seiten aller dieser Rechtecke sind gleichlaufend, und die schmalen Seiten liegen alle in der nehmlichen Richtung.

Lehrer. Ihr habt doch noch etwas vergessen: Sagt mir, welche Lage haben die breiten Seiten der kleinen Rechtecke? (auf diese breiten Seiten hinweisend).

Kinder. Die breiten Seiten ꝛc. sind gegen die Thüre, die schmalen Seiten (auf diese hinzeigend) sind gegen die Fenster gerichtet.

Lehrer. Richtig. Damit wir es nicht vergessen, wollen wir wiederholen, was wir von den Würfeln wissen (mit den Kindern zugleich):

a) Es liegen hier 8 Mal 2 Würfel.

b) Jedes Mal 2 Würfel liegen so neben einander, daß sie zusammen ein Rechteck bilden.

c) Diese kleinen Rechtecke sind gleich weit von einander entfernt.

d) Die breiten Seiten dieser kleinen Rechtecke sind gleichlaufend.

e) Die schmalen Seiten der Rechtecke liegen genau in derselben Richtung.

f) Die breiten Seiten der Rechtecke sind gegen die Thüre, die schmalen Seiten sind gegen das Fenster gerichtet.

Jetzt merkt Euch genau, wie viel Würfel hier liegen, und wie sie liegen. Dreht Euch herum. (Während dem nahm der Lehrer einige Würfel, z. B. 5, hinweg, jedoch ohne die Lage der übrigen zu ändern, und nachdem die Kinder wieder sich nach dem Tische herum gedrehet hatten, fragte er:) Was hat sich hier geändert? Liegen die Würfel noch eben so, als zuvor?

Kinder. Ja, sie liegen noch eben so, aber einige sind weggenommen.

Lehrer. Wie viel Mal 2 sind weggenommen?

Kinder. 2 Mal 2 und der halbe Theil von 2.

Lehrer. Wie viel Mal 1 fehlen?

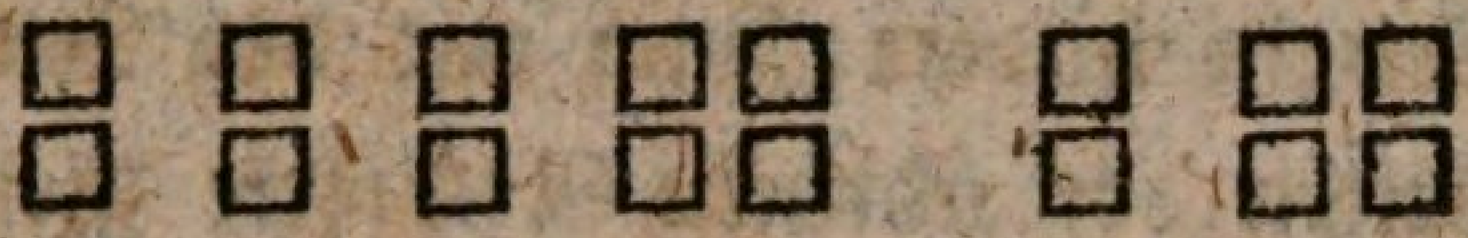
Kinder. 5 Mal 1 fehlen.

Lehrer. Wo habe ich weggenommen?

Kinder (beschrieben die Orte genau, wo weggenommen war).

Lehrer. Dreht Euch wieder herum (jetzt legte er die weggenommenen Würfel wieder hin, veränderte aber die Entfernung von 2 Paar Würfeln, so, daß sie jetzt zwar die nehmliche Richtung bei-

behielten, aber diese beiden Paare näher zu 2 andern Paaren hingerückt waren, wie Du hier siehst).



Wie viel habe ich jetzt weggenommen?

Kinder (nachdem sie sich wieder umgedrehet und zugesehen haben). Du hast nichts weggenommen.

Lehrer. Habe ich sonst wohl etwas vorgenommen?

Kinder. Ja; Du hast hier (auf die jetzt näher beisammen liegenden Würfel hindeutend) die Würfel näher zusammengerückt.

Lehrer. Ihr müßt mir den Ort genau bezeichnen, wo Ihr meint, daß ich die Würfel näher zusammengerückt hätte, sonst verstehe ich Euch nicht.

Kinder. Das erste Paar, von der Thüre an gerechnet, ist dicht an das 2te Paar hingerückt, und das 4te Paar ist gegen das 5te gerückt, so daß diese beiden Paare nun näher beisammen sind, als zuvor, dagegen das 3te Paar weiter von dem 4ten absteht, als vorher.

Lehrer. Richtig! Hat sich auch die Richtung verändert?

Kinder. Nein, die Richtung hat sich nicht verändert.

Der Lehrer wiederholte nunmehr mit den Kindern, was sich dieses Mal verändert hatte.

Lehrer (indem er von 2 Paar Würfeln, von jedem einen Würfel nach der Seite weiter herausrückte, so daß der eine seine vorige Lage behielt,

der andere aber so da lag, daß zwar diejenige Seite desselben, welche zuvor die schmale Seite des kleinen Rechtecks bildete, eine mit der Richtung der schmalen Seiten der übrigen Rechtecke gleichlaufende Richtung behielt, aber mit denselben nicht mehr in derselben Linie lag, wie Du hier siehst:)

Wie viel habe ich jetzt weggenommen?

Kinder. Du hast nichts weggenommen, aber die Würfel liegen jetzt anders, wie vorher.

Lehrer. Liegen alle jetzt anders, wie vorher?

Kinder. Nein; nur 2 liegen anders.

Lehrer. Richtig! Aber wie haben sie ihre Lage verändert?

Kinder. Sie liegen jetzt getrennt von den Würfeln, mit denen sie vorher zusammen lagen; das 3te und das 5te Paar Würfel machen nicht mehr ein Rechteck zusammen aus.

Lehrer. Also (auf das 3te und 5te Paar von der der Thüre gegenüber befindlichen Wand, oder von dem ersten Paare von ihm an gerechnet, gezählt, hinweisend,) hier diese beiden Paare haben ihre Lage verändert? Ich sehe doch nichts.

Kinder. Nein, nicht so; das 3te und 5te Paar von der Thüre an gerechnet, das siehst Du ja wohl.

Lehrer. Ich will jetzt nichts sehen. Ihr müßt Euch vorstellen, daß ich blind wäre, und mir

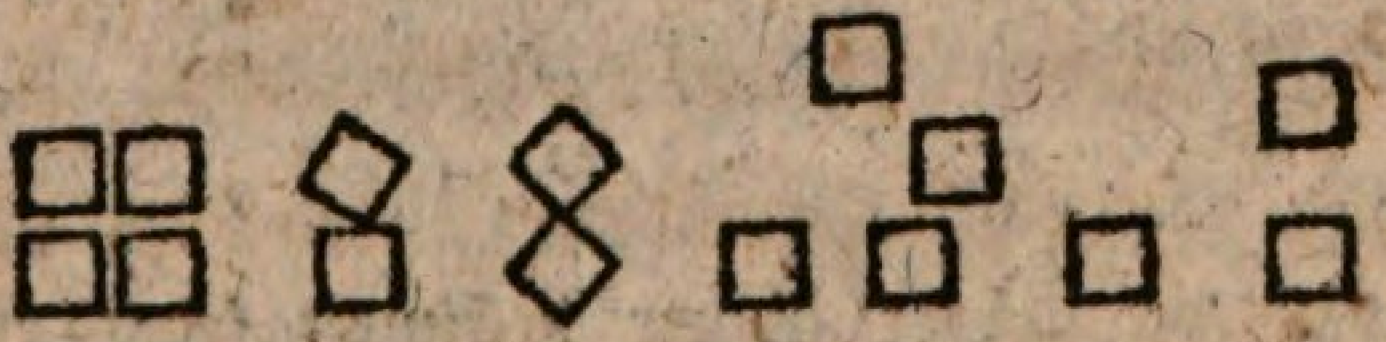
das, was Ihr mir sagen wollt, so genau beschreiben, daß ich mir durchaus nichts anders denken kann; und darum müßt Ihr bestimmt und deutlich reden, damit ich nichts anders verstehen kann, als was Ihr meinet. — Seht Ihr sonst nichts?

Kinder. Nein!

Lehrer. Also liegen die Seiten der beiden Würfel, die hier weiter herausgerückt sind, noch in der nehmlichen Linie mit den schmalen Seiten der übrigen 6 kleinen Rechtecke?

Kinder. Nein; die Seiten dieser beiden herausgerückten Würfel liegen nicht mehr in der Linie, in der die schmalen Seiten der übrigen 6 Rechtecke liegen, sondern sie liegen außerhalb dieser Linie.

Lehrer (wiederholte nochmals mit den Kindern, was sich bei den Würfeln verändert hatte, ließ sie dann wieder hinweg sehen, fuhr so fort immer einen andern Umstand zu ändern, dann 2, dann 3, und zuletzt alle Umstände, so daß er nunmehr die Zahl, die Entfernung einzelner Paare und die Richtung einiger Würfel veränderte *), wie Du es in der beikommenden Figur angegeben findest.



*) Es wird Dir nicht entgangen seyn, daß auch hier der Lehrer langsam und Schritt vor Schritt geht, nicht auf ein Mal alle mögliche Veränderungen der Zahl und Lage anbringt, sondern mit der Veränderung eines Umstandes anfängt, und ganz allmählig zur Veränderung aller Umstände vorschreitet. Diese Beschäftigung der Kinder ist recht eigentlich für die häusliche Erziehung geschaffen. Wird sie in öffentlichen Schulen angewandt, so geschieht es nur, um das zu Hause Versäumte nachzuholen.

Nachdem die Kinder ihre Augen wieder nach den Würfeln hingewandt hatten.) Was hat sich jetzt verändert?

Kinder. O! die Würfel liegen ja alle in Unordnung.

Lehrer. Sehet nur recht genau zu, so werdet Ihr mir dennoch alles genau angeben können, was sich verändert hat; wir wollen immer eins nach dem andern untersuchen; zuerst sagt mir: Wie viel Mal 2 waren vorhin da?

Kinder. Der halbe Theil von 2 ist weggenommen.

Lehrer. Das will ich jetzt noch nicht wissen, sondern ich will wissen, wie viel Mal 2 vorhin da waren? *)

Kinder. 8 Mal 2.

Lehrer. Wie viel Mal 2 sind jetzt noch hier?

Kinder. 7 Mal 2 und der halbe Theil von 2.

Lehrer. Wie viel Mal 2 fehlen?

Kinder. Es fehlet kein Mal 2, sondern nur der halbe Theil von 2.

Lehrer. Wo ist der halbe Theil von 2 weggenommen?

*) Dieses, daß der Lehrer immer bestimmt fragt, und strenge darüber hält, daß die Kinder eben so bestimmt antworten, daß sie die wirklich gethane Frage und nicht die, welche sie vermuthet hatten, beantworten, ist wesentlich, trägt viel dazu bei, die Aufmerksamkeit der Kinder zu fixiren, und macht dem Lehrer und dem Zöglinge Bestimmtheit im Ausdrucke habituell. — Indessen versteht es sich von selbst, daß der Lehrer hierbei auf die Individualität der Kinder, insbesondere auf die des Kindes, an das er gerade seine Frage gerichtet, Rücksicht nehmen muß.

Kinder. Hier (die Stelle neben dem einzelnen Würfel mit dem Finger bezeichnend) ist er weggenommen.

Lehrer. Ich sehe jetzt gar nicht, — Ihr sollt mir die Stelle genau beschreiben, wo der weggenommene Würfel gelegen hat.

Kinder. Der weggenommene Würfel lag dicht neben dem Würfel, der von der Seite, wo Du sitzest, gerechnet, am nächsten bei dem ersten Paare Würfel liegt.

Lehrer. Richtig! Wir wissen also jetzt, daß ein Würfel weggenommen ist, und wo er weggenommen ist. — Aber sagt mir, was ist nun noch weiter hier vorgegangen? (Da einige Kinder diese, andere jene Veränderung zuerst bemerkten, so sagte er ihnen:) Es hat sich so vieles verändert, daß wir ganz langsam ein Stück nach dem andern betrachten müssen. Wir wollen daher nochmals wiederholen, was wir vorhin, wie noch alles in Ordnung war, bemerkt hatten.

(Hier wird die schon zuvor angegebene Beschreibung der Lage der Würfel wiederholt.)

Lehrer (nachdem dieses geschehen). Vorhin machten immer 2 Würfel ein kleines Rechteck aus, ist das jetzt noch eben so?

Kinder. Nein, das erste Paar, von Dir an gerechnet, ist getrennt, und die beiden Würfel, die vorher beisammen lagen, liegen nun einzeln. Bei dem 2ten Paare fehlt ein Würfel; bei dem 3ten Paare ist der eine Würfel rückwärts gerückt, und

macht also auch kein Rechteck mehr mit dem andern; bei dem 4ten Paare ist ein Würfel seitwärts weit hinweg gerückt; da liegen auch die beiden Würfel einzeln. Die beiden Würfel des 5ten Paares liegen noch dicht beisammen, aber so, daß nur die Ecken einander berühren, und daher können sie auch nicht mehr ein Rechteck machen. Bei dem 6ten Paare ist jetzt eine Ecke des Würfels gegen die Seite des andern Würfels gerichtet, und beide machen also kein Rechteck mehr. Das 7te und 8te Paar liegen jetzt so, daß sie zusammen ein Quadrat ausmachen.

Lehrer. Vorhin waren die kleinen Rechtecke gleich weit von einander entfernt; ist das jetzt noch so?

Kinder. Nein! das 7te und 8te Rechteck sind ganz dicht zusammengerückt, die andern Rechtecke sind gar nicht mehr da.

Lehrer. Vorhin waren die breiten Seiten der Rechtecke gleichlaufend, wie steht es jetzt damit?

Kinder. Jetzt sind nur noch die breiten Seiten des 7ten und 8ten Rechtecks gleichlaufend.

Lehrer. Hat sich weiter nichts geändert?

Kinder. Ja! Vorhin lagen alle die schmalen Seiten der kleinen Rechtecke genau in der nehmlichen Richtung und Linie; jetzt liegen nur noch die schmalen Seiten des 7ten und 8ten Rechtecks in gleicher Richtung.

Lehrer. Richtig; nun wollen wir noch ein Mal alles durchgehen, was wir bemerkt haben.

(Der Lehrer wiederholte nun mit den Kindern die vorgenommenen Veränderungen in derselben Reihenfolge, wie sie solche aufgefunden hatten.)

Ich brauche Dich wohl kaum darauf aufmerksam zu machen, daß dieses Verfahren zugleich den Kindern die Elemente der Zahlenverhältnisse versinnlicht und tief einprägt, ihre Gabe zu bemerken, zu vergleichen und zu unterscheiden entwickelt und übt, die innere Anschauungskraft entfaltet, die Sprachkraft mannichfaltig in Thätigkeit setzt, und daher entwickelt, übt und stärkt.

Wer es weiß, wie schwer es oft Erwachsenen, sogar wissenschaftlich Gebildeten, fällt, sich über ihre nächsten Umgebungen richtig und bestimmt auszudrücken, oder dieselben so genau zu beschreiben, daß sie nicht mißverstanden werden können; wer es an sich selbst oder an andern erfahren hat, wie die wenigsten Menschen sich mündlich und schriftlich mit Präcision auszudrücken, sich örtlicher Verhältnisse selbst genau zu erinnern und sie andern richtig zu bezeichnen, z. B. die Lage und Richtung eines Weges, die Lage und Umgebungen eines Ortes genau anzugeben vermögen, der wird den Werth dieser Elementarübungen nicht verkennen, und die ihnen zu widmende Zeit und Mühe nicht für verloren achten.

Ich kehre zu der Darstellung des Unterrichts über die Zahlverhältnisse zurück.

Es ist ein Hauptcharacter von Pestalozzi's Methode, daß sie durchaus keinen, auch noch so

kleinen Sprung gestattet; ganz unmerklich führt sie ihren Lehrling von den Anfangspuncten zur höchsten Vollendung. Kann das Kind den Schritt, den es jetzt zu thun im Begriff ist, noch nicht mit Sicherheit thun, so geht der Lehrer nicht um ein Haar breit weiter mit ihm.

Die sichern Fortschritte der Kinder einzig und allein sind es, die den Lehrer bestimmen dürfen, dasselbe auch nur einen dem Anscheine nach unbedeutenden Schritt weiter zu führen. Weiß das Kind z. B. noch nicht, daß 5 Würfel 5 sind, zählt es noch falsch, wenn es ohne Hülfe des Lehrers zählen muß, so darf es nicht bis 6 zählen sollen. Weiß es, indem man ihm 4 Paar Würfel hingelegt, und davon 5 Würfel weggenommen hatte, nicht bestimmt anzugeben, daß 2 Mal 2 und der halbe Theil von 2 weggenommen sind, so würde es vergeblich seyn, von 7 sechs Würfel hinwegnehmen, und nun von ihm wissen zu wollen, wie viel Paare, oder wie viel einzelne Würfel fehlen? Weiß dagegen das Kind, wenn 4 Paar Würfel da gelegen haben, und 7 einzelne weggenommen worden sind, wiederholt, bestimmt und richtig anzugeben: daß 3 Mal 2 und der halbe Theil von 2, oder: daß 7 fehlen, dann kann der Lehrer ihm 5 Paar Würfel hinlegen, davon wegnehmen, und so steigen bis zu 10 Paar Würfeln. Mit diesen Uebungen, durch Hülfe der Anschauung wirklicher Gegenstände, müssen immer die nehmlichen, ohne Beihülfe solcher Gegenstände, verbunden werden.

Also, wenn der Lehrer sich durch mannichfaltige Fragen, in Beziehung auf wirkliche Gegenstände, überzeugt hat, daß das Kind so weit ist, zu wissen: daß 8 Mal 1 4 Mal 2, und daß 4 Mal 2 8 Mal 1 ist, so thut er nun, ohne Beihülfe wirklicher Gegenstände, Fragen, wie die folgenden:

Lehrer. 3 Mal 2 und der halbe Theil von 2, wie viel Mal 1?

Kinder. 3 Mal 2 und der halbe Theil von 2 sind 7 Mal 1.

Lehrer. Warum?

Kinder. 3 Mal 2 sind 6 Mal 1; der halbe Theil von 2 ist 1; 6 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 7 Mal 1.

Lehrer. 5 Mal 1, wie viel Mal 2?

Kinder. 5 Mal 1 sind 2 Mal 2 und der halbe Theil von 2.

Lehrer. Warum?

Kinder. 4 Mal 1 sind 2 Mal 2;- 1 Mal 1 ist der halbe Theil von 2; 4 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 5 Mal 1.

Solche Fragen werden auch auf Gegenstände des gemeinen Lebens angewandt; z. B.

Lehrer. 2 Schillinge machen einen Groschen; 7 Schillinge, wie viel Groschen?

Kinder. 7 Schillinge sind 3 Groschen, und der halbe Theil von einem Groschen.

Lehrer. Warum?

Kinder. 2 Schillinge machen einen Groschen; 7 ßl. sind 3 Mal 2 ßl. und der halbe Theil von

2 Schillingen, also sind 7 Schillinge 3 Groschen und der halbe Theil von einem Groschen.

Lehrer. 2 Paar Schuhe und ein halbes Paar Schuhe, wie viel einzelne Schuhe?

Kinder. 2 Paar Schuhe und ein halbes Paar Schuhe sind 5 einzelne Schuhe.

Lehrer. Warum?

Kinder. Ein Paar Schuhe hat 2 einzelne Schuhe, (oder bestehet aus 2 einzelnen Schuhen,) 2 Mal 2 einzelne Schuhe sind 4 Schuhe; der halbe Theil von einem Paar Schuhe ist 1 Schuh; 4 Schuh und 1 Schuh sind 5 Schuhe.

Sodann gehet der Lehrer zu der combinirten Einheit 3 und ferner zu 4 über, indem er sich immer noch der Würfel oder anderer Gegenstände ähnlicher Art bediente.

Lehrer (3 Würfel in eine Reihe in gleicher Entfernung von einander hinlegend). Wie viel Mal 1 liegen hier?

Kinder. 3 Mal 1 liegen hier.

Lehrer (indem er einen von diesen 3 Würfeln in die Höhe hält, ihnen zeigt, und sodann an eine andere Stelle in größerer Entfernung von den beiden andern hinlegt).

□ □□

Ein Mal 1 ist der 3te Theil von 3 Mal 1.

Kinder. Ein Mal 1 ist der 3te Theil von 3 Mal 1.

Lehrer (indem er von den beiden noch unverrückt da liegenden Würfeln noch einen hinweg

nahm,

nahm, und zu jenen bereits abgesonderten hinzufügte, so daß letztere nunmehr näher beisammen da lagen:)

□ □ □

2 Mal 1 ist 2 Mal der 3te Theil von 3 Mal 1.

Kinder. 2 Mal 1 ist 2 Mal der 3te Theil von 3 Mal 1.

Lehrer (indem er den dritten noch unverrückt liegenden zu jenen beiden hinzufügt, so daß nun wieder alle 3 in einer Reihe und in gleicher Entfernung da liegen:)

□ □ □

3 Mal 1 sind (jetzt die 3 zusammen rückend, so daß sie ein Rechteck □□□ bilden) 1 Mal 3.

Kinder. 3 Mal 1 sind 1 Mal 3.

Lehrer (indem er einen 4ten unter den ersten Würfel der bereits gebildeten Reihe hinlegt, so daß mit ihm, wie Du hier siehest,

□□□
□

eine 2te Reihe beginnt). 4 Mal 1 ist 1 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3.

Kinder. 4 Mal 1 ist 1 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3.

Alle die mannichfaltigen Uebungen, welche ich Dir bei der combinirten Einheit Zwei beschrieben habe, wurden hier bei 3 wiederholt, indem der Lehrer den Kindern nach und nach immer mehrere Reihen von 3 Würfeln, bis zuletzt 10 Mal 3 Würfel, hinlegte. Waren die Kinder auch hierin so weit

gekommen, daß sie, ohne Beihülfe der Würfel, auf die Frage des Lehrers: 26 Mal 1, wie viel Mal 3? richtig antworteten: 26 Mal 1 ist 8 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3, und umgekehrt, auf die Frage: 7 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3, wie viel Mal 1? 7 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3 sind 22 Mal 1, so ging der Lehrer mit ihnen zu der combinirten Einheit 4 über, indem er immer dasselbe Verfahren beibehielt. — Ich habe selbst diesen Unterricht einige Male in der 6ten Classe des Instituts übernommen, und kann also, nach meiner eigenen Erfahrung, versichern, daß diese Art des Unterrichts die Kinder angenehm beschäftiget, und ihre Aufmerksamkeit stets rege erhält; daß ferner auf diese Weise 10 und mehrere Kinder zugleich beschäftiget werden können, und also in einer Stunde so viel lernen, als sonst in 10. Unverkennbare Vorzüge, welche diese Verfahrungsart schon vor der gewöhnlichen empfehlen würden, auch wenn es die einzigen wären. In meinem nächsten Briefe werde ich Dich mit der Einheiten-Tabelle bekannt machen. Lebe wohl ꝛc.

IV.

München-Buchsee den 7. August 1804.

Nur noch bei der combinirten Einheit 3, höchstens bei 4, habe ich Würfel oder andere wirkliche Gegenstände brauchen sehen, sobald die Lehrer zu einer größern Zahl, z. B. zu 5 u. s. w. fortschritten, bedienten sie sich, Statt derselben, der Einheiten-Tabelle, welche ich hier beifüge, weil Du sie bei dem folgenden oft wirst zur Hand nehmen müssen *).

Zuerst müssen sich nunmehr die Kinder auf der Einheiten-Tabelle orientiren; das geschieht auf folgende Art:

Lehrer (z. B. auf den ersten Strich der 1sten Abtheilung der 3ten Reihe genau hinzeigend). Ein Mal der 3te Theil von 3.

Kinder. Ein Mal der 3te Theil von 3.

Lehrer (von dem ersten Striche bis zum 2ten Striche derselben Abtheilung zeigend, und auf diesem mit dem Stabe ausruhend). 2 Mal der 3te Theil von 3.

Kinder. 2 Mal der 3te Theil von 3.

*) Im Institute hat man diese Tabelle in einem großen Formate; sie wird auf Holz geklebt, und an die Wand gehängt; der Lehrer hat sie beim Unterricht immer vor sich, so wie auch die Kinder sie dann immer im Auge haben müssen.

Lehrer (von dem ersten Striche bis zum 3ten Striche der nehmlichen Abtheilung hinzeigend, und auf diesem verweilend). Ein Mal 3.

Kinder. Ein Mal 3.

Lehrer (von dem ersten Striche der 1sten Abtheilung bis zum 1sten Striche der 2ten Abtheilung hinzeigend, und auf diesem ausruhend). Ein Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3.

Kinder. 1 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3.

So z. B. in der 10ten Abtheilung der 10ten Reihe:

Lehrer (von dem ersten Striche der 1ten Abtheilung dieser Reihe bis auf den 9ten Strich der 10ten oder letzten Abtheilung hinweisend, und mit dem Stabe auf diesem verweilend). 9 Mal 10 und 9 Mal der 10te Theil von 10.

Kinder. 9 Mal 10 und 9 Mal der 10te Theil von 10.

Lehrer (nachdem er auf diese Weise alle 10 Abtheilungen der 10 Reihen mit ihnen durchgegangen hat, auf irgend einen Strich der Tabelle, z. B. auf den 6ten Strich der 7ten Abtheilung der 7ten Reihe hinweisend). Wie viel ist es bis hieher?

Kinder. 6 Mal 7 und 6 Mal der 7te Theil von 7.

Lehrer (auf den 8ten Strich der 1sten Abtheilung der 9ten Reihe hinweisend). Wie viel bis hieher?

Kinder. 8 Mal der 9te Theil von 9.

Hat sich der Lehrer durch die Antworten der Kinder überzeugt, daß sie auf der Einheiten-Tabelle hinlänglich orientirt sind, so wiederholt er zuerst die bereits zuvor mit Würfeln und dergleichen vorgenommenen Uebungen, bei denen 1 als der halbe Theil von 2, sodann als der 3te Theil von 3, als der 4te Theil von 4, ins Auge gefaßt ward, jetzt an der Tabelle, nach Anleitung der 1sten Uebung der Anschauungslehre der Zahlverhältnisse.

Dieses geschieht auf folgende Art, z. B. in der 3ten Reihe:

Lehrer (auf den 1sten Strich der 1sten Abtheilung dieser Reihe hinzeigend). Ein Mal eins ist 1 Mal der 3te Theil von 3.

Kinder (alle zugleich und im Tacte *). Ein Mal eins ist 1 Mal der 3te Theil von 3.

(Ein - Mal - eins - ist - ein - Mal - der - drit - te - Theil - von 3.

Lehrer (von dem ersten Striche bis hinter den 3ten Strich derselben Abtheilung hinweisend). 3 Mal 1 sind 1 Mal 3.

Kinder. Drei - Mal - eins - sind ein - Mal - drei.

Lehrer (von dem ersten Striche der ersten Abtheilung bis hinter den 1sten Strich der 2ten Abtheilung der nehmlichen Reihe hinweisend). 4 Mal 1 sind 1 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3.

*) Sollten die Kinder nicht gehörig im Tacte nachsprechen, so spricht der Lehrer mit ihnen, um sie in den Tact zu bringen, und giebt mit der Hand oder mit einem Stabe den Tact an.

Kinder. Vier - Mal - eins - sind ein - Mal - drei - und ein - Mal der drit - te - Theil - von drei.

Bei der umgekehrten Uebung der nehmlichen Reihe:

Lehrer (eben so wie bei dem Vorhergehenden an die Tabelle zeigend). Der 3te Theil von 3 ist 1 Mal 1.

Kinder. Der drit - te - Theil - von 3 - ist 1 - Mal - eins.

Lehrer. 2 Mal der 3te Theil von 3 ist 2 Mal eins.

Kinder. 2 - Mal - der drit - te - Theil - von drei - ist zwei - Mal - eins.

Lehrer. Ein Mal 3 ist 3 Mal 1.

Kinder. Ein - Mal - drei - ist drei - Mal - eins.

Lehrer. Ein Mal drei und der 3te Theil von 3 sind 4 Mal 1.

Kinder. Ein - Mal - drei - und der - drit - te - Theil - von drei - sind vier - Mal - eins.

In jeder Lection wird jedoch nur immer ein Theil einer Reihe von dem Lehrer auf diese Weise mit den Kindern durchgesprochen, z. B. bei der dritten Reihe die Hälfte, bei der 4ten und 5ten Reihe der dritte Theil, bei den folgenden Reihen nur der 4te oder 5te Theil, das heißt jedes Mal 2, höchstens 3 Abtheilungen einer Reihe. Nachdem eine oder mehrere Abtheilungen auf die angegebene

Art durchgesprochen worden sind, thut der Lehrer Fragen, die sich theils auf die so eben vorgehabten Abtheilungen einer Reihe, theils auf schon zuvor durchgenommene Abtheilungen und Reihen beziehen; aber nie betreffen die Fragen eine spätere Abtheilung oder Reihe, die noch nicht mit den Kindern vorgenommen wäre. Z. B. es ist die 5te Reihe bis zu Ende der 8ten Abtheilung mit den Kindern durchgemacht worden, so fragt der

Lehrer. 23 Mal 1, wie viel Mal 5?

Ein Kind. 23 Mal 1 ist 4 Mal 5 und 3 Mal der 5te Theil von 5.

Lehrer. Warum?

Die Kinder zusammen. Vier - Mal - 5 - sind zwan - zig - Mal - eins - - der fünf - te - Theil - von - fünf - ist ein - Mal - eins - - drei - Mal - der fünf - te - Theil - von fünf - ist drei - Mal - eins - - zwanzig - Mal - eins - und drei - Mal - eins - sind drei - und zwanzig - Mal - eins.

Lehrer (indem er in die 4te Reihe zurück geht). 23 Mal eins, wie viel Mal 4?

Antwort und Auflösung sind die nehmlichen, wie bei der vorhergehenden Frage.

Lehrer (zu einem der Kinder). 27 Mal 1, wie viel Mal 1 Mal 4 und 1 Mal der 4te Theil von 4?

Kinder. 27 Mal 1 sind 5 Mal 1 Mal 4 und der 4te Theil von 4, und 2 Mal der 5te Theil von 1 Mal 4 und 1 Mal dem 4ten Theile von 4.

Lehrer. Warum?

Kind. 1 Mal 4 ist 4 Mal 1; der 4te Theil von 4 ist 1 Mal 1; 4 Mal 1 und 1 Mal 1 ist 5 Mal 1; 5 Mal 5 ist 25 Mal 1; der 5te Theil von 5 ist 1 Mal 1; 2 Mal der 5te Theil von 5 ist 2 Mal 1; 25 Mal 1 und 2 Mal 1 sind 27 Mal 1; also sind 27 Mal 1 gleich 5 Mal 1 Mal 4 und der 4te Theil von 4 und 2 Mal der 5te Theil von 1 Mal 4 und dem 4ten Theile von 4.

Der Lehrer und alle Kinder wiederholen diese Auflösung *).

Lehrer (zu einem der Kinder). 6 Mal 5 und 4 Mal der 5te Theil von 5, wie viel Mal 1?

Kind. 6 Mal 5 und 4 Mal der 5te Theil von 5 sind 34 Mal 1.

Lehrer. Warum?

Kinder zusammen. Sechs - Mal - fünf sind dreißig - Mal - eins; der fünf - te - Theil - von fünf - ist eins; vier - Mal - der fünf - te - Theil von - fünf - sind vier - Mal - eins; - dreißig - Mal - eins - und vier - Mal - eins - sind - vier - und - dreißig - Mal - eins **).

*) Dieses Wiederholen der Auflösungen von dem Lehrer und sämmtlichen Kindern muß möglichst oft geschehen, damit die Kinder in steter Aufmerksamkeit erhalten, und durch das Mitsprechen des Lehrers mehr aufgemuntert und zugleich in Ordnung gehalten werden.

**) Erwachsene, welche die Methode lernen, sind gewöhnlich geneigt, sich diese Auflösungen abzukürzen, und anstatt zu sagen: 6 Mal 5 ist 30 Mal 1; der 5te Theil von 5 ist 1; 4 Mal der 5te Theil von 5 ist 4 Mal 1; 30 Mal 1 und 4 Mal 1 sind 34 Mal 1; sagen sie sogleich ganz kurz: 30 und 4 sind 34. Wollen sie die Methode

Lehrer (zu einem der Kinder). 7 Mal 5 und der 5te Theil von 5, wie viel Mal der 4te Theil von 4?

Kind. 7 Mal 5 und der 5te Theil von 5 sind 36 Mal der 4te Theil von 4.

Lehrer. Warum?

Kind. 7 Mal 5 sind 35 Mal 1; der 5te Theil von 5 ist 1 Mal 1; 35 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 36 Mal 1; 1 ist der 4te Theil von 4; 36 Mal 1 ist 36 Mal der 4te Theil von 4.

Lehrer. 39 Mal 1, wie viel Mal 1 Mal 5 weniger dem 5ten Theile von 5?

Kind. 39 Mal 1 ist 9 Mal 1 Mal 5 weniger dem 5ten Theil von 5 und 3 Mal der 4te Theil von 1 Mal 5 weniger dem 5ten Theil von 5.

Lehrer. Warum?

Kind. 1 Mal 5 ist 5 Mal 1; der 5te Theil von 5 ist 1 Mal 1; 5 Mal 1 weniger 1 Mal 1 sind 4 Mal 1; 4 Mal 1 sind 1 Mal 4; 9 Mal 4 sind 36 Mal 1; der 4te Theil von 4 ist 1 Mal 1;

gründlich erlernen, und sie einst gehörig anwenden, so dürfen sie sich das nicht erlauben. Kinder, die nach ihr unterrichtet werden, verfallen nicht leicht in den Fehler, ähnliche Sprünge machen zu wollen; desto mehr muß sich der Lehrer hüten, daß er dazu Veranlassung gebe, denn eben dieser consequente, durchaus lückenlose Gang ist es, der es späterhin den Kindern möglich macht, die verwickeltsten Aufgaben richtig und mit vollem Bewußtseyn aufzulösen, die schwierigsten Zahlenverhältnisse auf das einfachste Verhältniß zurück zu führen, und auf diese Weise richtig aufzufassen. — Der anscheinende Zeitverlust gewährt reichen Gewinn für die Zukunft, und sind die Kinder einmal ganz fest in diesem Zweige des Unterrichts, dann ergeben sich die Abkürzungsmittel von selbst.

3 Mal der 4te Theil von 4 sind 3 Mal 1; 36 Mal 1 und 3 Mal 1 sind 39 Mal 1.

Bei den Fragen, die sich auf diese Uebung, welche die 2te der Elementarbücher ist, beziehen, wird die größte Mannichfaltigkeit angebracht, und eben dadurch wird dem Lehrer und dem Lernenden diese Beschäftigung angenehm; es wird beiden dadurch möglich, sie täglich zu treiben, ohne zu ermüden. Um diese Behauptung zu rechtfertigen, theile ich Dir noch einige Aufgaben mit.

Lehrer. Der Unterschied zwischen 7 Mal 1 und 16 Mal 1 ist wie viel Mal 3?

Kind. Der Unterschied zwischen 7 Mal 1 und 16 Mal 1 ist 3 Mal 3.

Lehrer. Warum?

Die Kinder zusammen. Der Unterschied von 7 Mal 1 und 16 Mal 1 ist 9 Mal 1; 9 Mal 1 ist 3 Mal 3.

Lehrer. 3 Mal der halbe Theil von 2 und 6 Mal der 7te Theil von 7 zusammen genommen, wie viel Mal der 4te Theil von 4?

Ein Kind. 3 Mal der halbe Theil von 2 und 6 Mal der 7te Theil von 7 zusammen genommen sind 9 Mal der 4te Theil von 4.

Lehrer. Warum?

Die Kinder zusammen. Der halbe Theil von 2 ist 1 Mal 1; 3 Mal der halbe Theil von 2 sind 3 Mal 1; der 7te Theil von 7 ist 1 Mal 1; 6 Mal der 7te Theil von 7 sind 6 Mal 1; 3 Mal 1 und 6 Mal 1 sind 9 Mal 1. 1 ist der 4te Theil

von 4; 9 Mal 1 ist 9 Mal der 4te Theil von 4.

Lehrer. 3 Mal der halbe Theil von 2 und 6 Mal der 7te Theil von 7 zusammen genommen, wie viel Mal 8?

Ein Kind. 3 Mal der halbe Theil von 2 und 6 Mal der 7te Theil von 7 zusammen genommen, sind 1 Mal 8 und 1 Mal der 8te Theil von 8.

Lehrer. Warum?

Die Kinder zusammen (wie bei der vorhergehenden Auflösung, und dann weiter:) 1 Mal 8 ist 8 Mal 1; der 8te Theil von 8 ist 1 Mal 1; 8 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 9 Mal 1 u. s. w.

Lehrer. Der Unterschied von 5 und 9, was für ein Theil ist er von der ersten, und was für ein Theil von der 2ten Zahl?

Kind. Der Unterschied von 5 und 9 ist 4 Mal der 5te Theil der ersten, und 4 Mal der 9te Theil der 2ten Zahl.

Lehrer. Beweiset es.

Kind. Der Unterschied von 5 und 9 ist 4 Mal 1; 1 Mal 1 ist der 5te Theil von 5; 4 Mal 1 ist 4 Mal der 5te Theil von 5, oder von der ersten Zahl. 1 Mal 1 ist der 9te Theil von 9; 4 Mal 1 ist 4 Mal der 9te Theil von 9, oder von der 2ten Zahl; also ist der Unterschied von 5 und 9 4 Mal der 5te Theil der ersten, und 4 Mal der 9te Theil der 2ten Zahl.

Bei jeder Reihe dieser 2ten Uebung können sogleich auch Aufgaben mit benannten Zahlen angebracht werden. Der Lehrer könnte z. B. bei der 5ten Reihe sagen: Ein Louisd'or ist 5 Mal ein Reichsthaler.

Kinder. 1 Louisd'or ist 5 Mal ein Rthlr.

Lehrer. 5 Rthlr. machen einen Louisd'or.

Kinder. 5 Rthlr. machen einen Louisd'or.

Lehrer. 5 Louisd'or, wie viel Thaler?

Kinder. 5 Louisd'or sind 25 Mal 1 Thaler.

Lehrer. Warum?

Kinder. 1 Louisd'or ist 5 Mal 1 Thaler; 5 Louisd'or sind 5 Mal 5 Thaler; 5 Mal 5 Thaler sind 25 Mal 1 Rthlr.

Lehrer. 32 Rthlr., wie viel Louisd'or?

Kinder. 32 Thlr. sind 6 Ld'or. und 2 Mal der 5te Theil von einem Louisd'or.

Lehrer. Warum?

Kinder. 5 Rthlr. machen einen Louisd'or; 32 Thlr. sind 6 Mal 5 Thlr. und 2 Mal der 5te Theil von 5 Thlr.; also sind 32 Rthlr. 6 Mal 1 Louisd'or und 2 Mal der 5te Theil von 1 Ld'or.

Lehrer (bei der 7ten Reihe). Eine Woche hat 7 Tage. 7 Wochen und 5 Mal der 7te Theil von einer Woche, wie viel Tage?

Ein Kind. 7 Wochen und 5 Mal der 7te Theil von einer Woche sind 54 Tage.

Lehrer. Warum?

Alle Kinder zugleich. Eine Woche hat 7 Tage; 7 Wochen haben 7 Mal 7 Tage; 7 Mal

7 Tage sind 49 Tage; der 7te Theil von 7 Tagen oder von einer Woche ist 1 Tag; 5 Mal der 7te Theil einer Woche sind 5 Tage; 49 Tage und 5 Tage sind 54 Tage. (Dann umgekehrt: 60 Tage, wie viel Wochen? u. s. w.)

So nimmt also der Lehrer z. B. bei der dritten Reihe Ducaten à 3 Thlr., bei der 4ten Schocke und Mandel, oder Gulden, den Gulden zu 4 Viergroschenstücken gerechnet, oder Species, den Species zu 4 Achtgroschenstücken, Louisneufs, das Stück zu 4 großen Thalern gerechnet; bei der 5ten, wie schon gesagt, Louisd'or und Thaler, Batzen und Kreuzer; bei der 6ten Carolin (den Carolin zu 6 Rthlr. Gold gerechnet), Schillinge und Pfennige; bei der 7ten Wochen und Tage, Kreuzer und Heller; bei der 8ten Achtgroschenstücke und einzelne Groschen, Viergroschenstücke und Schillinge, Vierundzwanzigkreuzer- und Dreikreuzerstücke; bei der 9ten Louisd'or oder Friedrichsd'or und Gulden rheinisch; bei der 10ten Ruthen, Fuß, Zoll, Linien.

Dieses hat noch den Vortheil, daß die Kinder schon jetzt die Zahlverhältnisse auf alle Vorkommenheiten des gemeinen Lebens anwenden und die gangbaren Münzsorten, Gewichte, Maaße kennen lernen.

Bei dieser Uebung kann der Lehrer auch schon solche Aufgaben geben, wie die folgende:

Lehrer. Eine Elle Band kostet 4 gr., was kosten 5 Ellen?

Kinder. Wenn eine Elle Band 4 gr. kostet, so kosten 5 Ellen 20 gr.

Lehrer. Warum?

Kinder. Eine Elle Band kostet 1 Mal 4 gr.; 5 Ellen Band kosten 5 Mal 4 gr.; 5 Mal 4 gr. sind 20 gr.; also kosten 5 Ellen Band, die Elle zu 4 gr., 20 Groschen.

Lehrer. Die Elle Leinwand kostet 2 Mal 4 gr.; die Rolle Leinen-Band kostet 1 Mal 4 gr. Ihr sollet 10 Ellen Leinwand und 3 Rollen Leinen-Band kaufen, wie viel Viergroschenstücke werdet Ihr zusammen brauchen?

Kinder. 23 Viergroschenstücke.

Lehrer. Wiederholt immer die Frage mit der Antwort.

Kinder. 10 Ellen Leinwand zu 2 Viergroschenstücken die Elle, und 3 Rollen leinenes Band, die Rolle zu 4 gr., kosten zusammen 23 Viergroschenstücke.

Lehrer. Warum?

Kinder. Eine Elle Leinwand kostet 2 Mal 4 gr.; 10 Ellen kosten 10 Mal 2 Mal 4 gr.; 10 Mal 2 Mal 4 gr. sind 20 Mal 4 gr. Eine Rolle leinenes Band kostet 1 Mal 4 gr.; 3 Rollen kosten 3 Mal 4 gr. 20 Mal 4 gr. und 3 Mal 4 gr. sind 23 Mal 4 Groschen.

In der bisher dargestellten Uebung wurden aus einzelnen Einheiten combinirte Einheiten construirt, und wiederum combinirte Einheiten in die einzelnen Einheiten, aus denen sie zusammengesetzt sind, zerlegt.

In der dritten Uebung werden nunmehr einzelne Einheiten oder mehrfach genommene einzelne Einheiten einer combinirten Einheit mit eben solchen Theilen einer andern combinirten Einheit verglichen.

Lehrer (indem er mit dem Stabe auf den ersten Strich der 1sten Abtheilung der 2ten Reihe der Einheits-Tabelle hinzeigt). Der halbe Theil von 2 ist 1 Mal 1.

Kinder. Der halbe Theil von 2 ist 1 Mal 1.

Lehrer (indem er mit dem Stabe auf den 1sten Strich der 1sten Abtheilung der 3ten Reihe hinzeigt). 1 Mal 1 ist der 3te Theil von 3.

Kinder. 1 Mal 1 ist der 3te Theil von 3.

Lehrer (mit dem Stabe vom Anfang der ersten Abtheilung der 2ten Reihe bis an das Ende derselben Abtheilung hinweisend). 1 Mal 2 ist 2 Mal 1.

Kinder. 1 Mal 2 ist 2 Mal 1.

Lehrer (mit dem Stabe vom 1sten bis hinter den 2ten Strich der 1sten Abtheilung der 3ten Reihe hindeutend). 2 Mal 1 sind 2 Mal der 3te Theil von 3.

Kinder. 2 Mal 1 sind 2 Mal der 3te Theil von 3.

So fuhr der Lehrer fort, die 2te und 3te Reihe unter sich zu vergleichen, bis er zuletzt (mit dem Stabe von dem 1sten Striche der 1sten Abtheilung der 2ten Reihe bis zu dem letzten Striche der

10ten Abtheilung derselben Reihe hinweisend) sagte: 10 Mal 2 sind 20 Mal 1.

Kinder. 10 Mal 2 sind 20 Mal 1.

Lehrer (mit dem Stabe von dem 1sten Striche der 1sten Abtheilung der 3ten Reihe bis hinter den 2ten Strich der 7ten Abtheilung der nehmlichen Reihe hinweisend). 20 Mal 1 sind 6 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3.

Während dem, daß der Lehrer diese beiden Reihen mit den Kindern durchsprach, that er Fragen an sie, die sich auf beide bezogen, bei deren Beantwortung sie zwischen beiden Vergleichungen anstellen mußten.

Lehrer. 7 Mal 2, wie viel Mal 3?

Kinder. 7 Mal 2 sind 4 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3.

Lehrer. Warum?

Kinder. 7 Mal 2 sind 14 Mal 1; 4 Mal 3 sind 12 Mal 1; 1 Mal der 3te Theil von 3 ist 1 Mal 1; 2 Mal der 3te Theil von 3 sind 2 Mal 1; 12 Mal 1 und 2 Mal 1 sind 14 Mal 1.

Lehrer. 6 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3, wie viel Mal 2?

Kinder. 6 Mal 3 und 1 Mal der 3te Theil von 3 sind 9 Mal 2 und 1 Mal der halbe Theil von 2.

Lehrer. Beweiset es!

Kinder. 6 Mal 3 sind 18 Mal 1; der 3te Theil von 3 ist 1 Mal 1; 18 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 19 Mal 1; 9 Mal 2 sind 18 Mal 1; der halbe

Theil von 2 ist 1; 18 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 19 Mal 1.

So fuhr der Lehrer fort, auf die nehmliche Weise die 3te mit der 4ten, die 4te mit der 5ten, und endlich die 9te mit der 10ten Reihe zu vergleichen, und bei jedesmaliger Vergleichung zweier Reihen Aufgaben zu geben, die sich auf dieselben oder zugleich mit auf die Vorhergehenden bezogen. Hier noch einige dieser Aufgaben mit ihren Auflösungen.

Lehrer. 6 Mal 6 und 5 Mal der 6te Theil von 6, wie viel Mal 5?

Kinder. 6 Mal 6 und 5 Mal der 6te Theil von 6 sind 8 Mal 5 und 1 Mal der 5te Theil von 5.

Lehrer. Warum?

Kinder. 6 Mal 6 sind 36 Mal 1; der 6te Theil von 6 ist 1; 5 Mal der 6te Theil von 6 sind 5 Mal 1; 36 Mal 1 und 5 Mal 1 sind 41 Mal 1; 8 Mal 5 sind 40 Mal 1; der 5te Theil von 5 ist 1 Mal 1; 40 Mal 1 und 1 Mal 1 sind 41 Mal 1.

Lehrer. 3 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3; 2 Mal 4 und 3 Mal der 4te Theil von 4; 4 Mal 5 und 2 Mal der 5te Theil von 5, zusammen genommen, wie viel Mal 6?

Kinder. 3 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3; 2 Mal 4 und 3 Mal der 4te Theil von 4; 4 Mal 5 und 2 Mal der 5te Theil von 5, zusammen genommen, sind 7 Mal 6 und 2 Mal der 6te Theil von 6.

Lehrer. Warum?

Kinder. 3 Mal 3 sind 9 Mal 1, der 3te Theil von 3 ist 1 Mal 1, 2 Mal der 3te Theil von 3 sind 2 Mal 1, 9 Mal 1 und 2 Mal 1 sind 11 Mal 1; 2 Mal 4 sind 8 Mal 1, der 4te Theil von 4 ist 1, 3 Mal der 4te Theil von 4 sind 3 Mal 1; 8 Mal 1 und 3 Mal 1 sind 11 Mal 1; 11 Mal 1 und 11 Mal 1 sind 22 Mal 1; 4 Mal 5 sind 20 Mal 1; der 5te Theil von 5 ist 1 Mal 1; 2 Mal der 5te Theil von 5 sind 2 Mal 1; 20 Mal 1 und 2 Mal 1 sind 22 Mal 1; 22 Mal 1 und 22 Mal 1 sind 44 Mal 1.

Auch hier lassen sich sehr füglich Aufgaben mit benannten Zahlen geben, z. B. bei der 6ten Reihe:

Lehrer. 6 Ducaten und 2 Mal der 3te Theil von einem Ducaten, 4 Louisd'or und 2 Mal der 5te Theil von einem Louisd'or, wie viel Carolin?

Kinder. 6 Ducaten u. s. w. sind 7 Carolin.

Lehrer. Warum?

Kinder. 1 Ducaten hat 3 Rthlr.; 6 Ducaten haben 6 Mal 3 Rthlr.; 6 Mal 3 Rthlr. sind 18 Rthlr.; der 3te Theil von einem Ducaten ist 1 Rthlr; 2 Mal der 3te Theil von einem Ducaten sind 2 Rthlr.; 18 Rthlr. und 2 Rthlr. sind 20 Rthlr. 1 Louisd'or hat 5 Rthlr.; 4 Louisd'or haben 4 Mal 5 Rthlr.; 4 Mal 5 Rthlr. sind 20 Rthlr.; der 5te Theil von 5 Rthlr. oder von einem Louisd'or ist 1 Rthlr.; 2 Mal der 5te Theil von 5 Rthlr. sind 2 Rthlr.; 20 Rthlr. und 2 Rthlr. sind 22 Rthlr.; 20 Rthlr. und 22 Rthlr. sind 42 Rthlr. Ein Ca-

rolin hat 6 Rthlr.; 42 Rthlr. sind 7 Mal 6 Rthlr. oder 7 Carolin.

In Ansehung der darauf folgenden 4ten Uebung bitte ich Dich, dasjenige, was Pestalozzi darüber in der Vorrede zum 1sten Hefte sagt, nachzulesen. Du wirst daraus sehen, daß man hier von einer Zahl Einer, die sich durch 2, durch 3, 4, 5 u. s. w. theilen lassen, ohne daß etwas übrig bleibt, den halben, dritten, vierten Theil u. s. w. erst einfach, dann mehrfach, nimmt, und die aus dieser Vervielfachung entstehende Anzahl von Einern bestimmen läßt; z. B. der halbe Theil von 4 ist 1 Mal 2; 3 Mal der halbe Theil von 4 ist 3 Mal 2; 3 Mal 2 ist 6 Mal 1; der halbe Theil von 10 ist 1 Mal 5; 3 Mal der halbe Theil von 10 ist 3 Mal 5; 3 Mal 5 ist 15 Mal 1.

Ich werde Dir hier abermals erst die Uebung beschreiben, wie sie der Lehrer, mit Hinweisung auf die Einheiten-Tabelle, mit den Kindern vornimmt, und dann einige, theils einfachere, theils zusammengesetztere Beispiele geben, weil sich dergleichen im 1sten Hefte nicht finden.

Lehrer. Der halbe Theil von 4 (indem er in der 2ten Reihe von dem 1sten Striche der 1sten Abtheilung bis zu dem 2ten oder letzten Striche der 2ten Abtheilung hinzeigt,) ist 1 Mal 2 (indem er von dem 1sten bis zum 2ten Striche der 1sten Abtheilung hinzeigt).

Die Kinder wiederholen alle zugleich die Worte des Lehrers.

Lehrer. 2 Mal der halbe Theil von 4 (bei dem Worte vier jedes Mal von dem 1sten Striche der 1sten bis hinter den letzten Strich der 2ten Abtheilung hinzeigend,) ist 2 Mal 2 (eben so zeigend).

Kinder. 2 Mal der halbe Theil von 4 ist 2 Mal 2.

Lehrer. 2 Mal 2 ist 4.

Kinder. 2 Mal 2 ist 4.

Lehrer. 3 Mal der halbe Theil von 4 (bei 4 wie vorher zeigend,) ist 3 Mal 2 (von dem 1sten Striche der 1sten Abtheilung bis zu dem letzten Striche der 3ten Abtheilung zeigend).

Kinder. 3 Mal der halbe Theil von 4 ist 3 Mal 2.

Lehrer (eben so, wie zuletzt, zeigend). 3 Mal 2 ist 6.

Kinder. 3 Mal 2 ist 6.

So fährt der Lehrer fort, bis zu Ende der 10ten Reihe.

Lehrer. 10 Mal der 10te Theil von 100 (von dem 1sten Striche der 1sten Abtheilung bis zu dem 10ten oder letzten Striche der 10ten Abtheilung hinzeigend,) ist 10 Mal 10 (wieder eben so zeigend).

Kinder. 10 Mal der 10te Theil von 100 ist 10 Mal 10.

Lehrer. 10 Mal 10 (abermals eben so zeigend,) ist 100.

Kinder. 10 Mal 10 ist 100.

Frage: 1 Mal 8 und 3 Mal der 4te Theil von 8, wie viel Mal der 4te Theil von 8?

(Um es den Kindern anschaulich zu machen, was 1 Mal, 2 Mal, 3 Mal der 4te Theil von 8 ist, zeigt man ihnen in der 2ten Reihe, wo je II und II in einer Abtheilung stehen, auf das Ende der 4ten Abtheilung; denn, da sie sich 8 in 4 gleiche Theile eingetheilt denken sollen, so fassen sie hier die 4 combinirten Einheiten (oder Größen) II als integrirende Theile der aus diesen kleinern combinirten Einheiten zusammengesetzten größern combinirten Einheit 8 ins Auge.)

Antwort: 1 Mal 8 und 3 Mal der 4te Theil von 8 sind 7 Mal der 4te Theil von 8.

Auflösung: 1 Mal 8 ist 4 Mal 2; der 4te Theil von 8 ist 1 Mal 2; 3 Mal der 4te Theil von 8 ist 3 Mal 2; 4 Mal 2 und 3 Mal 2 sind 7 Mal 2 oder 7 Mal der 4te Theil von 8.

Frage: Um wie viel Mal 8 ist 9 Mal der 4te Theil von 8 größer oder mehr als 8?

Antwort: 9 Mal der 4te Theil von 8 ist um 1 Mal 8 und 1 Mal den 4ten Theil von 8 größer als 8.

Auflösung: Der 4te Theil von 8 ist 1 Mal 2; 9 Mal der 4te Theil von 8 ist 9 Mal 2; 1 Mal 8 ist 4 Mal 2; 9 Mal 2 ist um 5 Mal 2 größer, oder mehr, als 4 Mal 2 oder 1 Mal 8; 5 Mal 2 ist 1 Mal 8 und der 4te Theil von 8, folglich 2c.

Frage: 2 Mal der 3te Theil von 6 Mal dem 7ten Theile von 14, wie viel Mal 1? oder: wie viel Mal der halbe Theil von 10; oder: wie viel Mal 3 Mal der 4te Theil von 8?

Antwort: 2 Mal der 3te Theil von 6 Mal dem 7ten Theile von 14 ist 8 Mal 1; (oder: ist 1 Mal der halbe Theil von 10 und 3 Mal der der 5te Theil vom halben Theile von 10; oder: ist 1 Mal 3 Mal der 4te Theil von 8 und der 3te Theil von 3 Mal dem 4ten Theil von 8.)

Auflösung: Der 7te Theil von 14 ist 1 Mal 2; 6 Mal der 7te Theil von 14 ist 6 Mal 2; der 3te Theil von 6 Mal 2 ist 2 Mal 2; 2 Mal der 3te Theil von 6 Mal 2 ist 4 Mal 2 oder 8 Mal 1; 4 Mal 2 ist 8 Mal 1; (oder weiter: der halbe Theil von 10 ist 5; 8 Mal 1 ist 1 Mal 5 und 3 Mal der 5te Theil von 5; oder: der 4te Theil von 8 ist 1 Mal 2; 3 Mal der 4te Theil von 8 ist 3 Mal 2; 8 Mal 1 ist 4 Mal 2; 4 Mal 2 ist 1 Mal 3 Mal 2 und der 3te Theil von 3 Mal 2.)

Frage: Um wie viel Mal den 7ten Theil von 28 ist 4 Mal der 7te Theil von 28 kleiner, oder weniger, als 28?

Antwort: 4 Mal der 7te Theil von 28 ist um 3 Mal den 7ten Theil von 28 kleiner oder weniger als 28.

Auflösung: Diese kann hier auf zweierlei Art gegeben werden:

a) 28 enthält 7 Mal den 7ten Theil von 28; von 4 Mal dem 7ten Theile von 28 bis zu 7 Mal dem 7ten Theile von 28 fehlen noch 3 Mal der 7te Theil von 28; also ꝛc.

b) Der 7te Theil von 28 ist 1 Mal 4; 4 Mal der 7te Theil von 28 ist 4 Mal 4; 4 Mal 4

ist 16 Mal 1; von 16 Mal 1 bis zu 28 Mal 1 fehlen noch 12 Mal 1; 12 Mal 1 sind 3 Mal 4; 3 Mal 4 sind 3 Mal der 7te Theil von 7 Mal 4 oder von 28 Mal 1, folglich 2c.

Schon in diesen Uebungen also kommen die 4 sogenannten Species, das ist Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren, vor; sie werden mannichfaltig geübt, und sind immer mit der Anschauung verbunden; das Kind ist sich dessen, was es thut, und der Gründe der erhaltenen Resultate genau bewußt, so wie seines allmähligen Fortschreitens. Dieses Bewußtseyn, diese Bestimmtheit sind es, die ihm die Munterkeit, die Ausdauer geben, welche ich bisher nur bei Kindern, die auf diese Weise behandelt wurden, bemerkt, bei allen denen aber, die, wie gewöhnlich, mit Auswendiglernen von Dingen, die sie nicht begreifen und verstehen, gepeiniget werden, vermißt habe.

Ich komme nun zur 5ten Uebung. Auch hier bitte ich die bereits angezogene Vorrede nachzulesen. Das Kind soll hier irgend eine collective Einheit als einen Theil einer größern collectiven Einheit, die aus mehreren dieser kleinen collectiven Einheiten zusammengesetzt ist, betrachten, die größere aus ihren kleineren Theilen zusammensetzen und wieder in selbige auflösen lernen.

Die Beschreibung der Uebung an der Tafel und einige Fragen mit ihren Auflösungen werden Dir die Sache erläutern.

Lehrer (in die erste Reihe zeigend). 1 ist der halbe Theil von 2.

Kinder. 1 ist ꝛc.

Lehrer. 1 ist der 3te Theil von 3.

Kinder. 1 ist ꝛc.

Lehrer. 2 Mal 1 ist 1 Mal 2 (in der 2ten Reihe die 1ste Abtheilung bezeichnend.)

Kinder. 2 Mal 1 ist 1 Mal 2.

Lehrer. 4 Mal 1 ist 2 Mal 2 (von dem 1sten Striche der 1sten bis zum 2ten Striche der 2ten Abtheilung zeigend).

Kinder. 4 Mal 1 ist 2 Mal 2.

Lehrer. Ein Mal 2 ist der halbe Theil von zwei Mal 2 (bei dem Worte ein bis zu Ende der 1sten, bei dem Worte zwei bis zu Ende der 2ten Abtheilung zeigend, und auf diese Worte mit der Stimme den Nachdruck legend).

Kinder. Ein Mal 2 ist der halbe Theil von zwei Mal 2.

Lehrer (wie vorher). 2 Mal 1 ist ein Mal 2.

Kinder. 2 Mal ꝛc.

Dann der Lehrer weiter: 6 Mal 1 ist drei Mal 2 (bis zu Ende der 3ten Abtheilung zeigend).

Kinder. 6 Mal 1 ꝛc.

Lehrer. Ein Mal 2 ist der dritte Theil von drei Mal 2.

Kinder. Ein Mal 2 ꝛc.

Zuletzt in der 10ten Reihe:

Lehrer (von dem 1sten Striche der 1sten bis zum letzten Striche der nähmlichen Abtheilung zeigend). 10 Mal 1 ist ein Mal 10.

Kinder. 10 Mal 1 ist ꝛc.

Lehrer. 100 Mal 1 (vom Anfange bis zu Ende der Reihe zeigend) ist zehn Mal 10 (noch ein Mal vom Anfange bis zu Ende der Reihe zeigend).

Kinder. 100 Mal 1 ist ꝛc.

Lehrer. Ein Mal 10 ist der 10te Theil von zehn Mal 10.

Kinder. Ein Mal 10 ist ꝛc.

Frage: 1 Mal 3 ist der 4te Theil von wie viel Mal 3?

Antwort: 1 Mal 3 ist der 4te Theil von 4 Mal 3 (oder von 12 Mal 1).

Frage: 1 Mal 9 ist der 9te Theil von wie viel Mal 9?

Antwort: 1 Mal 9 ist ꝛc. von 9 Mal 9 (oder von 81 Mal 1).

Auch hierbei lassen sich, zumal vermittelst der Combination mit den vorhergehenden Uebungen, mannichfaltige Modificationen anbringen, z. B.

Frage: Von welcher Zahl Einer ist 3 Mal der 7te Theil von 21 (oder 3 Mal der 9te Theil von 27 u. s. w.) der 5te Theil?

Antwort: 3 Mal der 7te Theil von 21 sind der 5te Theil von 45 Mal 1.

Auflösung: Der 7te Theil von 21 ist 1 Mal 3; 3 Mal der 7te Theil von 21 ist 3 Mal 3; 3 Mal 3 sind 9 Mal 1; 9 Mal 1 sind 1 Mal 9; 1 Mal 9 ist der 5te Theil von 5 Mal 9; 5 Mal 9 sind 45 Mal 1.

Frage: Von wie viel Mal 3 Mal dem 4ten Theile von 16 ist 4 Mal der 5te Theil von 10 1 Mal der 6te Theil?

Antwort: 4 Mal der 5te Theil von 10 ist der 6te Theil von 4 Mal 3 Mal dem 4ten Theile von 16.

Auflösung: Der 5te Theil von 10 ist 1 Mal 2; 4 Mal der 5te Theil von 10 sind 4 Mal 2; 4 Mal 2 sind 8 Mal 1; 8 Mal 1 sind 1 Mal 8; 1 Mal 8 ist der 6te Theil von 6 Mal 8; 6 Mal 8 sind 48 Mal 1; der 4te Theil von 16 ist 1 Mal 4; 3 Mal der 4te Theil von 16 ist 3 Mal 4; 3 Mal 4 sind 12 Mal 1; 12 Mal 1 sind in 48 Mal 1 4 Mal enthalten; folglich u. s. w. Denen, welche diese Methode anwenden wollen, ist sehr zu rathen, daß sie bei dieser Uebung da, wo sie den Kindern vorsagen, z. B. 5 Mal 1 ist 1 Mal 5 — 1 Mal 5 ist der 6te Theil von 6 Mal 5, so accentuiren: Ein Mal 5 ist der 6te Theil von sechs Mal 5, weil hier ein Mal und sechs Mal das Verhältniß in sich fassen, worauf es vorzüglich ankömmt.

Bei der folgenden Uebung wird der Nutzen der Beobachtung dieser Vorschrift noch einleuchtender werden; sie bereitet die 6te, die schwierigste unter

allen Uebungen, vor, und muß daher recht sorgfältig und mannichfaltig behandelt werden. So wie das Kind in der 5ten Uebung das einfache Verhältniß einer einfachen oder combinirten Einheit (von 1 bis 10) zu einer aus mehreren derselben combinirten Einheiten zusammengesetzten collectiven Größe, z. B. das Verhältniß von ein Mal 5 zu sechs Mal 5 u. s. w. kennen lernte, so hat nun die gegenwärtige Uebung den Zweck, dem Kinde das Verhältniß mehrfach combinirter Einheiten zu andern gleichfalls mehrfach combinirten Einheiten, deren Bestandtheile aber unter sich gleich sind, kennen zu lehren. Es ist also diese Uebung eigentlich nur eine Erweiterung und Vervielfältigung der vorhergehenden. — Auch hier gebe ich zuerst die Uebung an der Tafel, dann einige Aufgaben mit ihren Auflösungen.

Lehrer (in der 1sten Reihe vom Anfange der 1sten bis zu Ende der 2ten Abtheilung zeigend). 2 ist zwei Mal 1.

Kinder. 2 ist ꝛc.

Lehrer (vom Anfange der 1sten bis zu Ende der 3ten Abtheilung zeigend). 3 ist drei Mal 1.

Kinder. 3 ꝛc.

Lehrer. 2 Mal 1 ist zwei Mal (vom Anfange der 1sten bis zu Ende der 2ten Abtheilung zeigend, und auf das Wort zwei den Nachdruck legend) der dritte Theil von drei Mal 1 (vom Anfange der 1sten bis zu Ende der 3ten Abtheilung

zeigend, und auf das Wort zwei, dritte und drei den Nachdruck legend.)

Kinder. 2 Mal 1 ist 2c.

Lehrer (fährt fort: bis zu 2 ist zwei Mal 1; 10 ist zehn Mal 1; zwei Mal 1 ist zwei Mal der zehnte Theil von 10 Mal 1; dann weiter: anstatt 2 ist 2 Mal 1.) Drei ist drei Mal 1 (von dem Anfange der 1sten bis zu Ende der 3ten Abtheilung der 1sten Reihe zeigend.)

Kinder. Drei 2c.

Lehrer. Vier ist vier Mal 1.

Kinder. Vier 2c.

Lehrer. Drei Mal 1 ist drei Mal der vierte Theil von vier Mal 1.

Kinder. Drei 2c.

Lehrer. Vier ist vier Mal der dritte Theil von drei Mal 1.

Kinder. Vier 2c.

Lehrer (z. B. in der 5ten Reihe S. 100. Z. 1. des 1sten Heftes der Zahlenverhältnisse). Funfzehn ist drei Mal 5 (von dem 1sten Striche der 1sten bis hinter den 5ten oder letzten Strich der 3ten Abtheilung der 5ten Reihe zeigend.)

Kinder. Funfzehn 2c.

Lehrer. Fünf und dreißig ist 7 Mal 5 (von dem 1sten Striche der 1sten bis zum letzten Striche der 7ten Abtheilung zeigend.)

Kinder. Fünf und dreißig 2c.

Lehrer. Drei Mal 5 ist drei Mal der siebente Theil von sieben Mal 5 (immer zugleich zeigend).

Kinder. Drei Mal ꝛc.

Lehrer. Sieben Mal 5 ist *) sieben Mal der dritte Theil von drei Mal 5.

Kinder. Sieben ꝛc.

Frage: 24 Mal 1 ist drei Mal der fünfte Theil von wie viel Mal 1?

Antwort: 24 Mal 1 ist drei Mal der fünfte Theil von 40 Mal 1.

Auflösung: 24 Mal 1 ist 3 Mal 8; 3 Mal 8 sind 3 Mal der 5te Theil von fünf Mal 8; 5 Mal 8 sind 40 Mal 1.

Sollte dem Kinde diese Art von Aufgaben nicht ganz klar seyn — welches aber bei Kindern, die vom Anfange an nach dieser Methode unterrichtet wurden, nicht der Fall seyn wird — oder wünschtest Du einem Erwachsenen, dem die Elemente dieses Unterrichts fehlen, der sich also schwerer in diese Aufgaben finden wird, sie recht anschaulich zu machen, so würde ich Dir rathen, ihm die Sache so zu erklären: 24 Mal 1 soll 3 Mal 1 Theil seyn, also muß es in 3 gleiche Theil eingetheilt werden; jeder dieser Theile beträgt 8 Mal 1. Aber diese 3 Theile sollen nun 3 Mal der 5te Theil einer noch unbekannten Zahl seyn; folglich muß jene unbekannte Zahl aus 5 solchen Theilen

*) ist steht in den Elementarbüchern; es sollte aber wohl heißen: sind.

bestehn, wie die bekannte gegebene deren 3 hat, oder von denen jeder einzelne so groß ist, als jeder einzelne von den 3 Theilen der gegebenen Zahl. Da ein Theil (und zwar der 3te Theil) der bekannten Zahl 8 Mal 1 ist, und die unbekannte Zahl 5 solcher Theile hat, so muß sie also aus 5 Mal 8 Mal 1 bestehn; 5 Mal 8 ist 40 Mal 1; also ist 40 die Zahl, welche ich suchte, wovon 24 Mal 1 3 Mal der 5te Theil ist.

Eben darum muß auch auf die auseinander gesperrten zwei Worte der Auflösung: 24 ist drei Mal 8, 3 Mal 8 ist 3 Mal der 5te Theil von fünf Mal 8, ein vorzüglicher Nachdruck gelegt werden, weil diese das eigentliche Verhältniß der beiden Zahlen ausdrücken. Auch verhindert dieß das Monotone beim Vor- und Nachsprechen.

Diese Uebung schien mir die meisten Schwierigkeiten zu haben, und ich glaube, wer sie gehörig inne hat, wem diese erst geläufig ist, dem sind alle nachherigen, selbst die Auflösung der verwickeltsten Bruchrechnungen, leicht. Auch ist bei ihr eine große Mannichfaltigkeit von Aufgaben anwendbar. Da sich in dem 1sten Hefte der Elementarbücher, worin diese Uebung enthalten ist, keine Aufgaben finden, so wird es Dir vielleicht nicht unwillkommen seyn, wenn ich Dir hier noch einige mittheile.

Frage: 45 Mal 1 ist 9 Mal der 5te Theil von wie viel Mal 7?

Antwort: 45 Mal 1 ist 9 Mal der 5te Theil von 3 Mal 7 und 4 Mal dem 7ten Theile von 7.

Auflösung: 45 Mal 1 ist 9 Mal 5; neun Mal 5 ist 9 Mal der 5te Theil von fünf Mal 5; 5 Mal 5 ist 25 Mal 1; 7 ist in 25 3 und $\frac{4}{7}$tel Mal enthalten.

Frage: 4 Mal der 5te Theil von 80 ist 16 Mal der 15te Theil von wie viel Mal 3 Mal dem 7ten Theile von 21?

Antwort: $\frac{4}{5}$ von 80 ist 16 Mal der 15te Theil von 6 Mal 3 Mal dem 7ten Theile von 21 und 6 Mal dem 9ten Theile von 3 Mal dem 7ten Theile von 21 Mal 1.

Auflösung: Der 5te Theil von 80 ist 1 Mal 16; 4 Mal der 5te Theil von 80 ist 4 Mal 16; 4 Mal 16 ist 64 Mal 1 (man könnte auch sagen: 4 Mal 16 ist 16 Mal 4; der 16te Theil von 16 Mal 4 ist 1 Mal 4 u. s. w.); 64 Mal 1 ist 16 Mal 4; 16 Mal 4 sind 16 Mal der 15te Theil von 15 Mal 4; 15 Mal 4 sind 60 Mal 1; der 7te Theil von 21 ist 1 Mal 3; 3 Mal der 7te Theil von 21 ist 3 Mal 3; 3 Mal 3 ist 9; 9 ist in 60 6 und $\frac{6}{9}$tel Mal enthalten, oder 60 ist 6 Mal 9 und 6 Mal der 9te Theil von 9, oder 60 ist 6 Mal 3 Mal der 7te Theil von 21 und 6 Mal der 9te Theil von 3 Mal dem 7ten Theile von 21; folglich u. s. w.

Frage: 2 Mal der 3te Theil von 45 ist 10 Mal der 29ste Theil von wie viel Mal 3 Mal dem 4ten Theile von 24?

Antw. $\frac{2}{3}$ Theil u. s. w. von 4 Mal $\frac{3}{4}$ Theil von 24 und 15 Mal dem 18ten Theile von $\frac{3}{4}$ Theil von 24.

Auflösung: der 3te Theil von 45 ist 1 Mal 15; 2 Mal der 3te Theil von 45 ist 2 Mal 15; 2 Mal 15 ist 30 Mal 1; 30 Mal 1 ist 10 Mal 3; 10 Mal 3 ist 10 Mal der 29ste Theil von 29 Mal 3; 29 Mal 3 ist 87 Mal 1. Der 4te Theil von 24 ist 1 Mal 6; 3 Mal der 4te Theil von 24 ist 3 Mal 6; 3 Mal 6 ist 18 Mal 1; 18 Mal 1 ist in 87 4 und $\frac{15}{18}$tel Mal enthalten; folglich und so weiter.

Frage: 4 Mal der 5te Theil einer unbekannten Zahl sind gleich 6 Mal dem 7ten Theile von 4 Mal dem 5ten Theile von 70; welches ist die unbekannte Zahl, und wie viel Mal den halben Theil von 12 werden $\frac{11}{12}$tel dieser unbekannten Zahl betragen?

Antwort: Die unbekannte Zahl ist 60; $\frac{11}{12}$tel dieser Zahl sind 9 Mal der halbe Theil von 12 und 1 Mal der 6te Theil vom halben Theil von 12.

Auflösung: Der 5te Theil von 70 ist 1 Mal 14; 4 Mal der 5te Theil von 70 ist 4 Mal 14; 4 Mal 14 ist 56 Mal 1; der 7te Theil von 56 ist 1 Mal 8; 6 Mal der 7te Theil von 56 ist 6 Mal 8; 6 Mal 8 ist 48 Mal 1; 48 Mal 1 soll gleich seyn 4 Mal dem 5ten Theil einer unbekannten Zahl; diese unbekannte Zahl muß also aus 5 solchen Theilen bestehen, wie die Bekannte, 48, deren 4 hat; 48 ist 4 Mal 12; 4 Mal 12 ist 4 Mal der 5te Theil von 5 Mal 12; 5 Mal 12 ist 60 Mal 1. Der 12te Theil von 60 ist 1 Mal 5; 11 Mal der 12te Theil von 60 ist 11 Mal 5; 11 Mal 5 ist 55;

der

der halbe Theil von 12 ist 6; 6 ist in 55 9 und $\frac{1}{6}$tel Mal enthalten; folglich u. s. w.

Frage: 3 Mal der 7te Theil einer unbekannten Zahl sind gleich dem 3ten Theile einer andern unbekannten Zahl; der 24ste Theil von 2 Mal dem 3ten Theile der 2ten unbekannten Zahl ist gleich 3 Mal dem 4ten Theile vom 3ten Theile von 12; welches ist die 1ste und die 2te unbekannte Zahl?

Antwort: Die 1ste unbekannte Zahl ist 84, die 2te 108.

Auflösung: (Hier muß die Auflösung von hinten, von der bekannten Zahl, angefangen werden, und es ist also bei dieser Frage wesentlich, daß dem Kinde die ganze Reihe von Zahlen und ihr Verhältniß gegenwärtig sind, damit es zurückgehen und Schritt für Schritt auflösen könne; ich konnte solche Fragen nicht anders behalten, als wenn ich sie mir wiederholen ließ; die Knaben aber behielten sie immer richtig.) Der 3te Theil von 12 ist 4; der 4te Theil von 4 (oder vom 3ten Theile von 12) ist 1; 3 Mal der 4te Theil von 4 ist 3 Mal 1; 3 Mal 1 ist 1 Mal 3; 1 Mal 3 ist also der 24ste Theil von 2 Mal dem 3ten Theile der 2ten unbekannten Zahl; folglich betragen $\frac{2}{3}$ dieser Zahl 24 Mal 3; 24 Mal 3 sind 72; 72 sind 2 Mal der 3te Theil der 2ten unbekannten Zahl; 72 sind 2 Mal 36; 2 Mal 36 sind 2 Mal der 3te Theil von 3 Mal 36 oder von 108; 108 ist also die 2te unbekannte Zahl; 3 Mal der 7te Theil der 1sten unbekannten Zahl sollen gleich seyn dem 3ten Theile

der 2ten; der 3te Theil von 108 ist 36; 36 ist also 3 Mal der 7te Theil der 1sten unbekannten Zahl; 36 ist 3 Mal 12; 3 Mal 12 ist 3 Mal der 7te Theil von 7 Mal 12; 7 Mal 12 ist 84 Mal 1; also ist 84 die erste unbekannte Zahl.

Ich will Dir nun diese Auflösung, die ich um deswillen umständlicher hergesetzt habe, als die Kinder sie geben, damit sie Dir, als einem noch Ungeübten, klar seyn möge, gerade eben so geben, wie ich sie hier hörte.

Der 3te Theil von 12 ist 4; der 4te Theil von 4 ist 1; 3 Mal der 4te Theil von 4 ist 3 Mal 1; 3 Mal 1 ist 1 Mal 3; 1 Mal 3 ist der 24ste Theil von 24 Mal 3; 24 Mal 3 ist 72 Mal 1; 72 Mal 1 ist 2 Mal 36; 2 Mal 36 ist 2 Mal der dritte Theil von 3 Mal 36; 3 Mal 36 ist 108; 108 ist also die 2te unbekannte Zahl. Der 3te Theil von 108 ist 36; 36 ist 3 Mal 12; 3 Mal 12 ist 3 Mal der 7te Theil von 7 Mal 12; 7 Mal 12 ist 84; also ist 84 die erste unbekannte Zahl.

Frage: Der halbe Theil einer unbekannten Zahl ist gleich dem 3ten Theile einer 2ten unbekannten Zahl; der 3te Theil der 2ten ist gleich 3 Mal dem 4ten Theile einer 3ten unbekannten Zahl; die Hälfte dieser 3ten unbekannten Zahl ist 4; wie viel Einer enthält die 1ste, die 2te, die 3te unbekannte Zahl?

Antwort: Die 1ste Zahl ist (enthält) 12, die 2te 18, die 3te 8 Mal 1.

Auflösung: 4 ist die Hälfte der 3ten unbekannten Zahl; 4 ist die Hälfte von 2 Mal 4 oder von 8. Die 3te Zahl beträgt also 8. Der 3te Theil der 2ten unbekannten Zahl soll gleich seyn 3 Mal dem 4ten Theile der 3ten. Der 4te Theil von 8 ist 1 Mal 2; 3 Mal der 4te Theil von 8 ist 3 Mal 2; 3 Mal 2 ist 6; 6 ist also der 3te Theil der 2ten unbekannten Zahl; 6 ist der 3te Theil von 3 Mal 6; 3 Mal 6 ist 18; also ist die 2te Zahl 18. Der halbe Theil der 1sten ist gleich dem 3ten Theile der 2ten Zahl. Der 3te Theil der 2ten ist 6; 6 ist der halbe Theil von 2 Mal 6 oder von 12; 12 ist also die 1ste Zahl.

Frage: Wenn man den 3ten Theil einer unbekannten Zahl abzieht vom 4ten Theile einer 2ten unbekannten Zahl, und sodann noch 2 übrig bleiben; wenn ferner der 3te Theil dieser 2ten Zahl gleich ist 8 Mal 1, welches ist die 1ste und die 2te Zahl?

Antwort: Die 1ste Zahl ist 12, die 2te 24.

Auflösung: 8 Mal 1 ist 1 Mal 8; 1 Mal 8 ist der 3te Theil von 3 Mal 8; 3 Mal 8 ist 24 Mal 1; 24 Mal 1 ist 4 Mal 6; 1 Mal 6 ist 6 Mal 1; 6 Mal 1 weniger 2 Mal 1 ist 4 Mal 1; 4 Mal 1 ist 1 Mal 4; 1 Mal 4 ist der 3te Theil von 3 Mal 4; 3 Mal 4 ist 12; also ist die erste Zahl 12.

Aus diesen Beispielen wirst Du sehen, welche Mannichfaltigkeit einfacher und verwickelter Aufgaben sich innerhalb der Grenzen dieser Uebung bilden

lassen, und wie auf diesem Wege Klarheit der Begriffe, Deutlichkeit der Anschauung der mannichfaltigsten Verhältnisse in dem kindlichen Geiste hervorgebracht und fest begründet werden müssen; wie dabei zugleich das Gedächtniß bis zu einem so hohen Grade gestärkt wird, dessen jetzt sich nur wenig Erwachsene zu erfreuen haben dürften.

Ich war absichtlich bei dieser Uebung etwas ausführlicher, weil sie, wie gesagt, nach meiner auf eigene Erfahrung gestützten Ueberzeugung, die, nach der Versicherung der Lehrer des Instituts, die Meisten, welche hieher kommen, um die Methode zu erlernen, mit mir theilten, die schwierigste und zugleich für viele der nachfolgenden Uebungen die Grundlage ist. Dagegen werde ich bei den Uebungen, wo schon die Elementarbücher selbst Aufgaben enthalten, mich desto kürzer fassen können.

Uebrigens muß ich noch darauf Dich aufmerksam machen, daß durch die 5te und 6te Uebung das Kind mit dem Verhältnisse zweier Zahlen, nicht blos dem Namen, sondern der Wirklichkeit nach bekannt wird, den richtigen Begriff damit verbinden lernt, und dahin gelangt, sich desselben genau bewußt zu werden. Die 7te und 8te Uebung stehen in genauer Verbindung mit der 5ten und 6ten, und sind für den, der die beiden letzteren inne hat, leicht.

In der siebenten Uebung lernen die Kinder, von welcher Zahl jede innerhalb der Grenzen der Einheiten-Tabelle ihnen gegebene Zahl ein bestimmter Theil ist, z. B. der 3te, 4te, 5te Theil.

Durch die vorhergehenden Uebungen, und insbesondere auch durch diese siebente Uebung, werden die Kinder zum klaren Bewußtseyn der mannichfaltigen Zahlenverhältnisse gebracht — durch sie ward ihnen die Sache längst gegeben, ganz zu eigen gemacht; jetzt wird ihnen auch das Wort oder der Ausdruck für die Sache gegeben; anstatt daß sie vorher sagten: 1 Mal 1 ist der halbe Theil von 2 Mal 1 oder von 2, so lehrt man sie jetzt sagen: 1 Mal 1 verhält sich zu 2 Mal 1 oder zu 2, wie sich 1 Mal 2 oder 2 zu 2 Mal 2 oder zu 4 verhält; doch die Beschreibung der Uebung an der Tafel und einige Aufgaben mit ihren Auflösungen werden Dir dieses am sichersten klar machen.

Lehrer (auf den 1sten Strich der 1sten Abtheilung der 1sten Reihe zeigend). Ein Mal 1 ist der halbe Theil von zwei Mal 1 (von dem 1sten Striche der 1sten Abtheilung bis hinter den Strich der 2ten Abtheilung zeigend) oder von 2.

Kinder. Ein Mal 1 ꝛc.

Lehrer. Ein Mal 2 (auf die beiden Striche der ersten Abtheilung der 2ten Reihe zeigend) ist der halbe Theil von zwei Mal 2 (vom Anfange der ersten bis zu Ende der 2ten Abtheilung der 2ten Reihe zeigend) oder von 4.

Kinder. Ein Mal ꝛc.

So fährt der Lehrer fort, jede 1ste Abtheilung, jede der 10 Reihen mit der 2ten Abtheilung der nehmlichen Reihe zu vergleichen, s. S. 128. Z. 1

bis 10 des 1sten Hefts der Zahlenverhältnisse; dann weiter:

Lehrer. 1 Mal 1 (auf den Strich der 1sten Abtheilung der 1sten Reihe zeigend) ist der dritte Theil von drei Mal 1 (bis hinter den Strich der 3ten Abtheilung zeigend) oder von 3.

Kinder. Ein Mal ꝛc.

So wird fortgefahren und immer die 1ste Abtheilung mit der 3ten einer jeden Reihe, dann mit der 4ten u. s. w. verglichen, bis dahin, daß der Lehrer zuletzt sagt: Ein Mal 10 ist der 10te Theil von 10 Mal 10 oder von 100.

Jedes Mal, wenn ein bestimmtes Verhältniß in 10 Reihen mit den Kindern durchgesprochen worden ist, thut der Lehrer Fragen nach Art der folgenden: Von welcher Zahl ist 7 der 9te Theil?

Antwort: 7 ist der 9te Theil von 63.

Auflösung: 7 Mal 1 ist ein Mal 7; ein Mal 7 ist der neunte Theil von neun Mal 7; 9 Mal 7 ist 63 Mal 1.

Frage: Zu welcher Zahl verhält sich 10 eben so, wie sich 1 zu 2 verhält.

Antwort: 10 verhält sich zu 20 eben so, wie sich 1 zu 2 verhält.

Auflösung: 1 ist der halbe Theil von zwei Mal 1 oder von 2; 10 ist der halbe Theil von 2 Mal 10 oder von 20.

Frage: Zu welcher Zahl verhält sich 10 eben so, wie 2 zu 1?

Antwort: 10 verhält sich zu 5 eben so, wie sich 2 zu 1 verhält.

Auflösung: 10 ist zwei Mal 5; 2 ist zwei Mal 1; zwei Mal 5 verhält sich zu ein Mal 5 eben so, wie sich zwei Mal 1 zu ein Mal 1 verhält.

Frage: Von welcher Zahl ist 3 Mal der 7te Theil von 49 weniger 3 Mal dem 4ten Theile vom halben Theile von 32 der 9te Theil?

Antwort: 3 Mal der 7te Theil u. s. w. ist der 9te Theil von 81.

Auflösung: Der 7te Theil von 49 ist 1 Mal 7; 3 Mal der 7te Theil von 49 ist 3 Mal 7; 3 Mal 7 ist 21. Der halbe Theil von 32 ist 16. Der 4te Theil von 16 ist 4; 3 Mal der 4te Theil von 16 ist 3 Mal 4; 3 Mal 4 ist 12; 21 weniger 12 ist 9; 1 Mal 9 ist der 9te Theil von 9 Mal 9 oder von 81; folglich ꝛc.

Diese Uebung bedarf keiner weiteren Erläuterung, und ich gehe daher zur achten Uebung über.

Diese ist eigentlich als eine Erweiterung der 7ten anzusehen, und bildet mit ihr den Uebergang von der Darstellung der Verhältnisse zur Darstellung der Proportionen; denn es beschäftiget sich diese Uebung damit, die Gleichheit mehrerer Verhältnisse zu zeigen, indem die erste Zahl ein mehrfacher Theil der 2ten, die 3te ein eben so vielfacher Theil der 4ten Zahl, oder umgekehrt, die 2te ein mehrfacher Theil der 1sten, die 4te ein eben so vielfacher Theil der 3ten ist, z. B.: 20 ist 4 Mal

5; 10 ist 2 Mal 5; 4 Mal 5 ist 4 Mal der halbe Theil von 2 Mal 5.

Ich kann nicht umhin, Dich abermals zu bitten, hier dasjenige nachzulesen, was Pestalozzi in der Vorrede über diese 8te Uebung sagt.

Auch brauche ich wohl kaum Deine Aufmerksamkeit darauf hin zu lenken, daß diese Uebung mit dem übereinstimmt, was bei der bisher gewöhnlichen Unterrichtsweise die sogenannte Regel de Tri ist; nur muß ich zugleich bemerken, daß unsere gewöhnliche Art des Unterrichts im Rechnen den wesentlichen Fehler hat, daß wir unmittelbar vom Dividiren, als der letzten der 4 Species, zur Regel de Tri, das heißt zu Proportionen oder zu Vergleichung von Verhältnissen übergehen, bevor wir die Verhältnisse selbst kennen — ein Sprung, der nicht anders als höchst nachtheilig seyn kann, und die Folge hat, daß die Meisten, welche auf dem gewöhnlichen Wege rechnen lernten, mechanisch den 2ten Satz mit dem 3ten multipliciren, und mit dem 1sten darein dividiren, ohne zu wissen, warum sie so, und nicht anders, verfahren. Ueberhaupt kann ich nicht umhin, zu bemerken, daß der Vorwurf, den Unkundige, welche über Pestalozzi, seine Ideen und seine Methode absprechen, ohne auch nur zu ahnden: Was er wollte, und warum er es wollte; ohne die Mittel gründlich geprüft zu haben, durch die er seine Zwecke erreichen zu können glaubte, daß, sage ich, der Vorwurf, den diese Pestalozzi's Methode machten: Als sey sie ein

bloßer Mechanismus, der eben darum den Geist tödte, mit vollem Rechte die gewöhnliche Art und Weise des Unterrichts im Rechnen trifft. Sicher aber wird bei dieser letzteren nie das Bewußtseyn der Verhältnisse, nie der Grad von Sicherheit und Bestimmtheit in Auffindung der Resultate erlangt werden, zu dem die Kinder an der Hand der Methode gelangen.

Würdest Du z. B. einen Knaben, der nach der gewöhnlichen Weise im Rechnen unterrichtet ward, und vielleicht als ein Wunder der Fertigkeit im Rechnen in seiner Classe betrachtet wird, fragen: Wenn 9 Ellen Tuch den 3ten Theil von 43 Rthlr. 21 gr. kosten, was werden 12 Ellen Tuch kosten? So wird er die Reichsthaler zu Groschen machen, mit 3 darein dividiren, das Resultat mit 12 multipliciren, und dann wieder mit 9 dividiren.

Würdest Du aber einen Knaben im hiesigen Institute, dem die 8te Uebung bereits geläufig ist, diese Frage vorlegen, so wird er sie weit schneller und zwar im Kopfe (denn auf dem Papiere oder mit den gewöhnlichen Ziffern kann er noch gar nicht rechnen) auf folgende Art auflösen: 9 Ellen sind von 12 Ellen 3 Mal der 4te Theil, oder: 9 Ellen verhalten sich zu 12 Ellen, wie 3 zu 4. Der 3te Theil von 43 Rthlr. 21 gr. ist 14 Rthlr. 15 gr. Wenn also 9 oder 3 Mal 3 Ellen 14 Rthlr. 15 gr. kosten, so werden 12 Ellen oder 4 Mal 3 Ellen 4 Mal den 3ten Theil von 14 Rthlr. 15 gr. kosten; der 3te Theil von 14 Rthlr. 15 gr. ist

4 Rthlr. 21 gr.; 4 Mal der 3te Theil von 14 Rthlr. 15 gr. sind 4 Mal 4 Rthlr. 21 gr. oder 19 Rthlr. 12 gr.; also werden 12 Ellen 19 Rthlr. 12 gr. kosten.

Hier ist die Richtigkeit des aufgefundenen Resultates einleuchtend, ja, ich möchte behaupten, es ist nicht möglich, auf diesem Wege zu irren; dort ist die Richtigkeit der Auflösung problematisch, und man kann sich die Ueberzeugung davon nicht anders verschaffen, als indem man nun multiplicirt, was man vorher dividiret, und dividiret, was man vorher multipliciret hatte.

Ich gebe gerne zu, daß man in besser eingerichteten Schulen, und besonders in ihren höheren Classen, schon hie und da eine vernünftigere Methode des Unterrichts in der Arithmetik anwendet, vorzüglich in so ferne dieser Unterricht der Mathematik zur Grundlage dienen, und diese Wissenschaft vorbereiten soll. Aber, ich frage: Ist wohl irgend wo, einige Lectionen in der Leipziger Bürgerschule allein ausgenommen, in den Elementarschulen jene vernünftigere, zweckmäßigere Methode angewandt worden? und ist es nicht ein unersetzlicher Verlust von Zeit und Kraft, wenn das Kind, das gebildet, dessen Seelenkräfte entwickelt werden sollen, erst Jahre lang irre geführt, verkehrt behandelt, und mit dem Mechanismus leerer arithmetischer Formeln, die blos das Gedächtniß, nicht aber die übrigen Geisteskräfte, am wenigsten die so wichtige innre Anschauungskraft in Anspruch nehmen, ge-

quält wird, damit es abermals eine kostbare Zeit verliere, um jene Irrthümer, die üblen Eindrücke jener verkehrten Behandlung wieder zu heben? Muß es nicht ein mühseliges, langweiliges, niederschlagendes Geschäfte für den Lehrer in den höheren Classen seyn, wenn er den Boden, den er bearbeiten soll, erst von allem Unkraute und von allen unverkennbaren Spuren einer schlechten Behandlung säubern soll, bevor er ihn bearbeiten und zum Gedeihen des auszustreuenden Saamens geschickt machen kann? Und endlich, was das wichtigste ist, bekommt denn der bei weitem größere Theil der Menschen einen andern Unterricht, als in den Elementarschulen, das heißt in den niedern Classen und Klippschulen der Städte, in den Dorfschulen auf dem Lande? Wer wird denn hier das eben so verdienstliche als mühselige Geschäfte übernehmen, den verwahrloseten, verwilderten Boden zu säubern?

Doch ich entferne mich zu weit von dem Gegenstande, den ich jetzt eigentlich im Auge habe.

Ich will Dir auch bei Gelegenheit dieser Uebung erst ihre Behandlung an der Einheiten-Tafel *), dann einige Beispiele hieher gehöriger Fragen und ihrer Auflösungen geben:

Lehrer (von dem 1sten bis hinter den 2ten Strich der 1sten Reihe zeigend). 2 ist zwei Mal 1.

Kinder. 2 ist ꝛc.

*) Ich bitte diejenigen Leser, die sich selbst unterrichten wollen, bei der Beschreibung der Uebungen der Einheiten-Tabelle immer diese zu Hülfe zu nehmen, die deshalb meinem Werke beygefügt ist.

Lehrer (von dem ersten bis hinter den 3ten Strich dieser Reihe zeigend). 3 ist drei Mal 1.

Kinder. 3 ist ꝛc. —

Lehrer (wie zuerst zeigend). 2 ist zwei Mal der dritte Theil von (nun wieder, wie zuletzt, bis hinter den 3ten Strich zeigend) drei Mal 1. Nun umgekehrt: 3 ist 3 Mal 1; 2 ist 2 Mal 1; 3 Mal 1 ist 3 Mal der halbe Theil von 2 Mal 1.

Kinder. 2 ist ꝛc.

Lehrer (von dem 1sten Striche der 1sten bis hinter den 2ten oder letzten Strich der 2ten Abtheilung der 2ten Reihe zeigend). 4 ist zwei Mal 2.

Kinder. 4 ist ꝛc.

Lehrer (von dem 1sten Striche der 1sten bis hinter den letzten Strich der 3ten Abtheilung der nehmlichen Reihe hinzeigend). 6 ist drei Mal 2.

Kinder. 6 ist ꝛc.

Lehrer (wie zuvor zeigend). Zwei Mal 2 ist 2 Mal der 3te Theil von drei Mal 2.

Kinder. Zwei Mal ꝛc.

So wird fortgefahren, s. das 1ste Heft der Zahlenverhältnisse, S. 132 bis 175; so sagt z. B. S. 162 Z. 1 der

Lehrer (indem er von dem 1sten Striche der ersten bis hinter den letzten Strich der 5ten Abtheilung der 9ten Reihe zeiget). 45 ist fünf Mal 9 (indem er von dem 1sten Striche der 1sten bis zu dem letzten Striche der 9ten Abtheilung der nehmlichen Reihe zeigt); 81 ist neun Mal 9 (wieder wie zuvor zeigend); fünf Mal 9 ist fünf

Mal der neunte Theil von neun Mal 9 (wobei die Kinder, die Augen immer nach der Einheiten-Tabelle gerichtet, wie zuvor nachsprechen). Dann umgekehrt: 81 ist neun Mal 9; 45 ist fünf Mal 9; 9 Mal 9 ist neun Mal der fünfte Theil von fünf Mal 9.

Auf diesem Wege werden alle diejenigen Zahlen innerhalb der Grenzen der Einheiten-Tabelle, die sich rein auflösen lassen (das heißt ohne Brüche), mit einander mannichfaltig verglichen, und jedes Mal, wenn der Lehrer 5 oder 10 Reihen von oben nach unten durchgegangen hat, giebt er dahin gehörige Aufgaben, wie die folgende:

Frage: Wie sich verhalten 3 Mal 7 und 3 Mal der siebente Theil von 7 zu 2 Mal 10 und 8 Mal dem 10ten Theile von 10, eben so verhalten sich 7 Mal 9 und 3 Mal der 9te Theil von 9 zu wie viel Mal 8?

Antwort: Wie sich verhalten 3 Mal 7 und 3 Mal der 7te Theil von 7 zu 2 Mal 10 und 8 Mal dem 10ten Theile von 10, eben so verhalten sich 7 Mal 9 und 3 Mal der 9te Theil von 9 zu 9 Mal 8 und 5 Mal dem 8ten Theile von 8.

Auflösung: 3 Mal 7 sind 21; der 7te Theil von 7 ist 1; 3 Mal der 7te Theil von 7 ist 3 Mal 1; 21 und 3 sind 24; 24 sind 6 Mal 4; 2 Mal 10 sind 20; der 10te Theil von 10 ist 1; 8 Mal der 10te Theil von 10 sind 8 Mal 1; 20 und 8 sind 28; 28 sind 7 Mal 4; 6 Mal 4 sind 6 Mal der 7te Theil von 7 Mal 4; 7 Mal 9 ist 63 Mal

1; der 9te Theil von 9 ist 1; 3 Mal der 9te Theil von 9 ist 3 Mal 1; 63 Mal 1 und 3 Mal 1 sind 66 Mal 1; — 9 Mal 8 ist 72 Mal 1; der 8te Theil von 8 ist 1; 5 Mal der 8te Theil von 8 ist 5 Mal 1; 72 Mal 1 und 5 Mal 1 sind 77 Mal 1; 66 Mal 1 sind 6 Mal 11; 77 Mal 1 sind 7 Mal 11; 6 Mal 11 sind 6 Mal der 7te Theil von 7 Mal 11; — folglich ꝛc.

Frage: Wie sich verhalten 5 Mal 3 Mal 5 zu 1 Mal 4 Mal 5 und dem halben Theile von 4 Mal 5, so verhalten sich 4 Mal 8 und 3 Mal der 8te Theil von 8 zu wie viel Mal 4 Mal 5?

Antwort: 4 Mal 8 und 3 Mal der 8te Theil von 8 verhalten sich zu kein Mal 4 Mal 5, sondern zu 14 Mal dem 20sten Theile von 4 Mal 5, wie sich verhalten 5 Mal 3 Mal 5 zu 1 Mal 4 Mal 5 und demselben Theile von 4 Mal 5.

Auflösung: Ein Mal 3 Mal 5 ist 15 Mal 1; 5 Mal 3 Mal 5 sind 5 Mal 15; der halbe Theil von 4 Mal 5 sind 2 Mal 5; 4 Mal 5 und 2 Mal 5 sind 6 Mal 5; 6 Mal 5 sind 30 Mal 1; 30 Mal 1 sind 2 Mal 15; 5 Mal 15 sind 5 Mal der halbe Theil von 2 Mal 15; 4 Mal 8 sind 32 Mal 1; der 8te Theil von 8 ist 1; 3 Mal der 8te Theil von 8 sind 3 Mal 1; 32 Mal 1 und 3 Mal 1 sind 35 Mal 1; 35 Mal 1 sind 5 Mal 7; 5 Mal 7 sind 5 Mal der halbe Theil von 2 Mal 7; 2 Mal 7 sind 14 Mal 1; — 4 Mal 5 sind 20 Mal 1; 14 Mal 1 sind kein Mal 20, sondern 14 Mal der 20ste Theil von 20; also ꝛc.

Frage: Der 5te Theil einer unbekannten Zahl ist zugleich der 9te Theil einer andern unbekannten Zahl, die, wenn man 4 von ihr abzieht, sich zu 182 so verhält, wie sich 28 zu 49 verhalten, welches sind die beiden unbekannten Zahlen?

Antwort: Die 1ste Zahl ist 60, die 2te 108.

Auflösung: 28 ist 4 Mal 7; 49 ist 7 Mal 7; 28 ist also von 49 4 Mal der 7te Theil, oder: 28 verhält sich zu 49, wie 4 zu 7; folglich muß sich die 2te unbekannte Zahl, weniger 4, zu 182 ebenfalls verhalten, wie 4 zu 7; 182 ist 7 Mal 26; 7 Mal 26 sind 7 Mal der 4te Theil von 4 Mal 26; 4 Mal 26 sind 104; 104 und 4 sind 108; also ist 108 die 2te unbekannte Zahl; der 9te Theil von 108 ist 12; 1 Mal 12 ist der 5te Theil von 5 Mal 12 oder von 60; folglich ist 60 die erste unbekannt gewesene Zahl.

Meine Bemerkungen über die sogenannte Einheiten-Tabelle glaube ich nicht schicklicher schließen zu können, als mit Pestalozzi's eignen Worten am Schlusse der Vorrede zum ersten Hefte:

„Um das Kind zu dem bestimmten Grade der „Denkkraft, welche die richtige Beantwortung der „hier vorkommenden Fragen voraussetzt, zu füh„ren, muß man von der ersten Uebung der Ta„belle an bis zu dieser achten niemals zu einer „zweiten vorrücken, bis das Kind zur unbedingten „Fertigkeit in der vorhergehenden gelangt ist, oder „bis die Anschauungen, auf welchen die Beant-

„wortung einer jeden Frage beruhet, in ihm zum „unauslöschlichen Bewußtseyn gebracht worden sind.“

Was nun die Benutzung der Methode für den Elementarunterricht in den niedern Schulen der Städte, in den Dorfschulen anbetrifft, so bin ich der Meinung, daß für diese der Unterricht die Grenzen dieser Tabelle, die den so eben dargestellten Uebungen zum Grunde liegt, nicht zu überschreiten braucht, und es ist in meinen Augen keinem Zweifel unterworfen, daß ein jeder Schullehrer oder Schulmeister, auch ohne ausgezeichnete Gaben, wenn er nur Fleiß und guten Willen hat, an der Hand der Methode, innerhalb dieser Grenzen, seine Lehrlinge nicht nur zu einem Grade der Fertigkeit im Kopf- und Tafelrechnen führen wird, die bisher in diesen Elementarschulen nie erreicht worden ist, sondern daß diese Fertigkeit im Rechnen, das Bewußtseyn der mannichfaltigen Zahlverhältnisse diesen Lehrlingen auch für ihr ganzes künftiges Leben bleiben; daß endlich, was unstreitig das Wichtigste ist, diese Behandlungsart zugleich ihre Seelenkräfte sicher und mit dem glücklichsten Erfolge entwickeln, üben und ausbilden wird.

V.

V.

München-Buchsee den 24. August 1804.

Doch ich kehre zu der Anschauungslehre der Zahlverhältnisse zurück. Ich habe nunmehr alle Uebungen vollendet; indessen hatten die der beiden Bruchtabellen gar keine Schwierigkeiten für mich, und sie werden unstreitig allen denen leicht seyn, welche die Uebungen der Tabelle der Einheiten gehörig durchgemacht haben *).

Da in dem 2ten und 3ten Hefte der diese Uebungen umfassenden Lehrbücher überall Aufgaben mit ihren Auflösungen beigefügt sind, so würde es unnöthig seyn, Dir hier viele solcher Aufgaben mitzutheilen; ich erlaube mir daher nur im Allgemeinen einige Bemerkungen.

*) „Die Ansichten beider Tabellen," sagt Pestalozzi, „sind übrigens nur darin verschieden, daß in der 1sten (der Einheiten-Tabelle) jede Einheit als ein untheilbarer Gegenstand erscheint, durch dessen verschiedenartige Zusammensetzung verschiedenartige Summen von Einheiten entstehen, da hingegen in der 2ten Tabelle die Einheiten als ein theilbarer Gegenstand erscheinen, durch dessen verschiedenartige Brechung verschiedenartige Theile und Summen von Theilen der Einheit entstehen. Die Uebungen beider Tabellen sind daher auch in ihrem Wesen völlig gleich, nur daß die Uebungen der 2ten Bruchtabelle, durch die nochmalige Brechung der Einheit, einen weitern Umfang, als die der 1sten, bekommen."

So wie bei der 6ten Uebung der Einheiten-Tabelle das Kind bei der Aufgabe: 3 Mal der 4te Theil von 24 Mal 1, wie viel Mal 1? antwortete: 18 Mal 1, und auf die Frage: Warum? Der 4te Theil von 24 ist 6 Mal 1; 3 Mal der 4te Theil von 24 ist 3 Mal 6 Mal 1; 3 Mal 6 Mal 1 ist 18 Mal 1, so wird es nun hier auf die Frage: $\frac{3}{4}$ von 7 Ganzen, wie viel Mal $\frac{1}{4}$? antworten: $\frac{21}{4}$, oder 5 Ganze und 1 Viertel.

Auflösung: Der 4te Theil von einem Ganzen ist $\frac{1}{4}$tel; der 4te Theil von 7 Ganzen sind $\frac{7}{4}$tel; 3 Mal der 4te Theil von 7 Ganzen sind 3 Mal $\frac{7}{4}$tel; 3 Mal $\frac{7}{4}$tel sind $\frac{21}{4}$tel.

Du siehest, daß das ganz der nehmliche Gang ist, wie bei jener Uebung, nur daß hier von gebrochenen Einheiten *) die Rede ist, daß also hier eben so mannichfaltige und noch mannichfaltigere Uebungen, wie bei jener Tabelle angebracht werden können.

Hier wurden Quadrate durch senkrechte Linien in 2, 3, 4 u. s. w. gleiche Rechtecke getheilt. Bei

*) Ich bediene mich hier des Ausdrucks: gebrochener Einheit, anstatt Vergleichung der einfachen Einheiten mit den combinirten Einheiten, weil es der gewöhnlichere ist, und ohnehin der Ausdruck an sich auf die Erzielung der Kraftentwickelung nicht den mindesten Einfluß hat, folglich ein Streit hierüber ein bloßer Wortstreit seyn würde, der unter Männern, die das große Ganze der Volkserziehung vor Augen haben, nie Statt finden sollte. Diese Anmerkung diene zugleich zur Erläuterung für ähnliche Fälle, wo ich vielleicht nicht gerade den Schulgerechten Ausdruck wählte. Doch von Dir weiß ich es, daß Du einen Fehler dieser Art gerne übersiehst.

der 2ten Bruchtabelle werden Quadrate durch senkrechte und wagrechte Linien doppelt getheilt.

Auch hier ist der Gang der Uebungen derselbe, wie bei den beiden vorhergehenden Tabellen.

Das Addiren, Subtrahiren, Multipliciren, Dividiren der Brüche, das bisher gewöhnlich den Lehrern bei dem Unterrichte im Rechnen so viel Zeit, Geduld und Mühe kostete, ist auf diese Weise eine leichte Sache, und die Knaben bringen die schwersten und verwickeltsten Bruchrechnungen im Kopfe mit einer Schnelligkeit und Sicherheit zu Stande, welche der geübteste Rechner kaum auf dem Papiere erreichen wird. —

Diese Resultate können nur den befremden, der jetzt auf einmal, ohne zuvor den Gang der verschiedenen Uebungen gekannt und beobachtet zu haben, Zeuge davon ist, der also sieht, was geschiehet, ohne zu begreifen, wie es geschieht? Wer aber jenem Gange ruhig folgte und folgen konnte, dem ist es klar, daß diese Resultate erfolgen mußten — die Sache bringt es so mit sich — jeder, der diese Stufenfolge genau beobachtet, gelangt sicher dahin; daher kommt es auch, daß es den hiesigen Zöglingen gar nicht einfällt, zu wähnen, als ob sie etwas Vorzügliches leisteten; alle Knaben der nehmlichen Klasse leisten dasselbe, alle sind sich bewußt: wie sie dahin kamen, und alle wissen eben deshalb, daß es keine Kunst ist, dahin zu gelangen, sondern daß der Weg, den sie gingen, jeden zu dem Ziele

führet, das sie jetzt erreicht haben. Daher sie sich darauf nie etwas zu gute thun.

Jetzt nur einige wenige Beispiele von Aufgaben in Beziehung auf die Uebungen der 2ten Bruchtabelle.

Frage: $6\frac{3}{5}$ sind 3 Mal der 4te Theil von wie viel Mal 5 Ganzen und $\frac{3}{4}$ von einem Ganzen?

Antwort: Von 1 Mal 5 und $\frac{3}{4}$ Ganzen, und 61 Mal dem 115ten Theile von $5\frac{3}{4}$ Ganzen.

Auflösung: Ein Ganzes hat $\frac{5}{5}$; 6 Ganze haben 6 Mal $\frac{5}{5}$; 6 Mal $\frac{5}{5}$ sind $\frac{30}{5}$; $\frac{30}{5}$ und $\frac{3}{5}$ sind $\frac{33}{5}$tel; $\frac{33}{5}$tel sind 3 Mal $\frac{11}{5}$; drei Mal $\frac{11}{5}$ sind 3 Mal der 4te Theil von vier Mal $\frac{11}{5}$; 4 Mal $\frac{11}{5}$ sind $\frac{44}{5}$. 5tel und 4tel kommen in 20steln zusammen (oder: wenn ich ein □ durch 4 senkrechte Linien in 5 durch 3 wagrechte Linien in 4 gleiche Theile theile, so entstehen 20 kleine Rechtecke, deren jedes $\frac{1}{20}$stel des ganzen Quadrates ausmacht); $\frac{1}{5}$tel hat $\frac{4}{20}$tel; $\frac{44}{5}$tel haben $\frac{176}{20}$stel; ein Ganzes hat $\frac{4}{4}$tel; 5 Ganze und $\frac{3}{4}$tel haben $\frac{23}{4}$tel; $\frac{1}{4}$tel hat $\frac{5}{20}$; $\frac{23}{4}$tel haben $\frac{115}{20}$stel; $\frac{115}{20}$ sind in $\frac{176}{20}$stel (oder in der Zahl, wovon 6 Ganze und $\frac{3}{5}$tel 3 Mal der 4te Theil sind) 1 und $\frac{61}{115}$tel Mal enthalten (oder sind von dieser Zahl ein Mal ein Theil und 61 Mal der 115te Theil).

Frage: Zu welcher Anzahl von Ganzen verhalten sich $1\frac{2}{3}$ wie sich verhalten 3 Ganze zu $3\frac{6}{7}$.

Antwort: $1\frac{2}{3}$tel verhalten sich zu $2\frac{1}{7}$tel, wie sich verhalten 3 zu $3\frac{6}{7}$.

Auflösung: 7tel und 3tel kommen in 21steln zusammen. 1 Ganzes = $\frac{21}{21}$; 3 Ganze = $\frac{63}{21}$;

$\frac{1}{7} = \frac{3}{21}$; $\frac{6}{7} = \frac{18}{21}$; $3\frac{6}{7} = \frac{81}{21}$; $\frac{63}{21}$ sind von $\frac{81}{21}$ 7 Mal der 9te Theil (oder $\frac{63}{21}$ verhalten sich zu $\frac{81}{21}$, wie 7 zu 9; also müssen sich $1\frac{2}{3}$tel zu der Zahl, die gefunden werden soll, gleichfalls verhalten, wie 7 zu 9, oder 7 Mal der 9te Theil an der zu findenden Zahl seyn); $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$; $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$; $\frac{5}{3} = 5$ Mal $\frac{7}{21}$; 5 Mal $\frac{7}{21} = \frac{35}{21}$; $\frac{35}{21}$ sind 7 Mal $\frac{5}{21}$; 7 Mal $\frac{5}{21}$ sind 7 Mal der 9te Theil von 9 Mal $\frac{5}{21}$ (oder: wie sich verhält 7 zu 9, so verhalten sich 7 Mal $\frac{5}{21}$ zu 9 Mal $\frac{5}{21}$); 9 Mal $\frac{5}{21} = \frac{45}{21}$; $\frac{45}{21} = 2$ Ganze und $\frac{3}{21}$; $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$; also sind $2\frac{1}{7}$ die Zahl, zu der sich $1\frac{2}{3}$tel so verhält, wie sich 3 zu $3\frac{6}{7}$ verhielten *).

Bis hieher lernten nun die hiesigen Zöglinge unsere gewöhnlichen Zahlzeichen durch die arabischen Ziffern noch nicht kennen, aber, wenn sie nunmehr die sämmtlichen Uebungen der Elementarbücher vollendet haben, werden ihnen diese Zeichen und der Werth der Ziffern, den sie nach der Stelle, welche sie einnehmen, erhalten, bekannt gemacht.

Dieses geschiehet auf die gewöhnliche Art, indem man ihnen sagt, daß 1, für sich allein, 1 bezeichnet; 1, in der 2ten Reihe von der Rechten zur Linken gerechnet, 10; in der dritten Reihe 100 u. s. w. Dieses wird ihnen durch folgende Tabelle, die der Lehrer nach und nach an die Tafel schreibt, verständlich:

*) Ich gebe absichtlich die Auflösungen ausführlicher, als die Knaben sie geben, um jede Undeutlichkeit zu vermeiden.

							1
						1	0
					1	0	0
				1	0	0	0
			1	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0

Wissen sie den Werth der Ziffer 1 in jeder Reihe richtig anzugeben, dann setzt man in deren Stelle verschiedene andere Ziffern, und läßt sie diese nunmehr, ihrem Werthe nach, aussprechen. Hierauf läßt man die sogenannten 4 Species mit Ziffern folgen, um ihnen den Gebrauch der letzteren begreiflich zu machen; endlich die Bruchrechnung mit Ziffern, oder man behält auch den in den Elementarbüchern vorgezeichneten Gang bei, und wiederholt also die Aufgaben der verschiedenen Uebungen mit Ziffern, wo man denn natürlich complicirtere Aufgaben wählt.

Weil man mir, ehe ich hier gewesen war, verschiedentlich den Einwurf gemacht hatte, daß der Uebergang von dem Unterrichte, den Pestalozzi's Methode vorschreibt, zu der weitern wissenschaftlichen Ausbildung zu schwierig und überall noch nicht gesichert seyn dürfte, so war mir auch dieser Zweig des Unterrichts wichtig, und um desto sicherer über die Schwierigkeiten dieses Ueberganges mich zu belehren, übernahm ich ein Paar Mal selbst die Lection, in der die Knaben mit Hülfe der Ziffern

Ganze und Brüche mit verschiedenen Nennern addirten.

Ich gebe Dir hier eine Reihe von Zahlen, die ich ihnen zu diesem Endzwecke dictirte:

$1\frac{1}{6}$
$\frac{3}{7}$
$\frac{5}{8}$
$1\frac{1}{4}$
$\frac{2}{3}$
$1\frac{11}{16}$
$2\frac{1}{5}$

Mit Vergnügen bemerkte ich, daß die Meisten (es war das 2te Mal, daß sie durch Ziffern ausgedrückte Brüche addirten) sogleich von selbst ein Verkürzungsmittel anwendeten, das sie schon beim Kopfrechnen sich abstrahirt hatten; sie brachten nehmlich vor allen Dingen die 4tel, 8tel, 16tel unter gleiche Benennung, und setzten dafür $1\frac{9}{16}$tel, dann das $\frac{1}{6}$tel und $\frac{2}{3}$tel $= \frac{5}{6}$. Nun multiplicirten sie (um den Nenner zu bekommen) 6 mit $16 = 96$; $\frac{5}{6} = 5 \times \frac{16}{96} = \frac{80}{96}$; $\frac{9}{16} = 9 \times \frac{6}{96} = \frac{54}{96}$; $\frac{80}{96} + \frac{54}{96} = 1\frac{38}{96}$ $(= \frac{19}{48})$.

Als ich sie fragte: Warum sie so verführen? antworteten sie mir, nach Maßgabe der Methode: Erstlich $\frac{1}{4}$ hat $\frac{4}{16}$; $\frac{1}{8}$ hat $\frac{2}{16}$; $\frac{5}{8}$ haben 5 Mal $\frac{2}{16}$; 5 Mal $\frac{2}{16}$ sind $\frac{10}{16}$; $\frac{4}{16} + \frac{10}{16} + \frac{11}{16} = \frac{25}{16}$. Ein Ganzes hat $\frac{16}{16}$; also sind $\frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$. Dann 6tel und 16tel kommen in 96steln zusammen; $\frac{1}{6}$tel hat $\frac{16}{96}$; $\frac{1}{16}$ hat $\frac{6}{96}$ u. s. w.

Mit den $\frac{3}{7}$ und $\frac{1}{5}$ verfuhre sie dann eben so, indem sie selbige zu den $\frac{38}{96}$ addirten, und so fanden sie bald, daß $\frac{38}{96} + \frac{3}{7} = \frac{554}{672}$; $\frac{554}{672} + \frac{1}{5} = \frac{3442}{3360}$ $= 1\frac{82}{3360} = 1\frac{41}{1680}$ (denn auch das Verkleinern der Brüche am Ende einer Auflösung ist ihnen durch jene Uebung geläufig geworden); und endlich, daß die Summe $8\frac{41}{1680}$ war.

Nur Wenige gingen den weitern Weg, unterließen es, die 4tel, 8tel und 16tel auf 16tel zurück zu führen, und bekamen also zwar dasselbe Resultat, aber langsamer. Lebe wohl!

II.

Auflösung quadratischer Gleichungen.

VI.

München-Buchsee den 1sten Sept. 1804.

Man hat neuerdings auch versucht, die Berechnung der Quadrat- und Cubikwurzeln, reiner und unreiner quadratischer Gleichungen, auf demselben Wege, das heißt anschaulich, zu lehren. Da, so viel ich weiß, von diesen Versuchen bisher nichts bekannt geworden ist, so will ich Dir, was ich davon kenne, mittheilen; nur mußt Du nicht erwarten, daß es etwas Vollendetes sey — indessen bin ich geneigt, zu glauben, daß darin der Keim zu neuen Fortschritten liege.

Erste Uebung.

Zuerst setzt man kleine Cubus oder Platten, wovon 2 Flächen Quadrate sind, nach und nach so zusammen, daß sie die verschiedenen Quadrate von 1 bis 10, also 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, bilden, s. Fig. 1, und sagt den Kindern: Das Quadrat von 1, das Quadrat von 2, das Quadrat von 3 u. s. w bis das Quadrat von 10, indem man immer auf die unterste Reihe von Cubus oder Platten des jedesmaligen Quadrates hinzeiget *), z. B. bei dem Quadrate von 3 auf die

*) Bei minder aufmerksamen, der Zerstreuung mehr unterworfenen Kindern wird es gut seyn, die Platten der untersten Reihe jedes

3 Platten, welche die Basis des Quadrats bilden. Dann sagt man ferner den Kindern, indem man auf die jedesmalige Reihe von kleinen Cubus oder Platten, aus denen ein Quadrat construirt ist, hinzeigt: das Quadrat von 1 ist 1, das Quadrat von 2 ist 2 Mal 2 oder 4, das Quadrat von 3 ist 3 Mal 3 oder 9 u. s. w. bis das Quadrat von 10 ist 10 Mal 10 oder 100; also z. B. bei dem Quadrate von 3, 9, s. Fig. 1, 3, zeigt man dem Kinde, indem man zuerst auf die Reihe 1, dann auf die Reihe 2, dann auf die Reihe 3 hinzeiget: Das Quadrat von 3 ist 3 Mal 3, oder 9.

Nun läßt man die Kinder *) selbst diese Quadrate construiren, eine Uebung, die wenig Zeit erfordert, und ihnen das Vorhergehende einprägen hilft. Jetzt weiß das Kind von selbst, daß das Quadrat von 11 11 Mal 11, das Quadrat von 12 12 Mal 12 ist, indem es durch die mannichfaltigen Anschauungen, und durch die Analogie dieser Anschauungen, zu der innern Ueberzeugung gelangt ist, daß es jede gegebene Zahl so oft Mal nehmen muß, als diese Zahl Einheiten hat, um dieselbe ins Quadrat zu erhöhen — das Kind ist also durch diese Uebung zu der Einsicht gelangt, wie

Mal beim Hindeuten ihnen vorzuzählen, oder sie selbige zählen zu lassen.

*) Es versteht sich, nicht Alle, sondern die Anzahl wird durch den Grad der Fähigkeit der Kinder bestimmt. Es ist manchmal genug, daß man nur Ein Kind die Quadrate construiren läßt; nur muß der Lehrer Acht haben, daß die Uebrigen ihm zusehen. Ein runder Tisch ist hiezu besonders dienlich.

jede gegebene Zahl zum Quadrate erhoben werden kann, obgleich es darum noch nicht im Stande ist, selbst jede gegebene Zahl ins Quadrat zu erheben. Die Grenzen zwischen diesen beiden Fertigkeiten lassen sich aber nicht bestimmen, weil diese von der mehr oder minder entwickelten Vorstellungskraft der verschiedenen Individuen abhängt. Diese gehörig weiter zu entwickeln, ist der Zweck der folgenden Uebungen.

Zweite Uebung.

Hier setzt man die Cubus oder Platten so zusammen, daß immer diejenigen Platten, um die ein Quadrat größer ist, als das nächst vorhergehende, so abstehen, wie Fig. 2 zeigt, und spricht den Kindern vor: Das Quadrat von 1 ist 1; das Quadrat von 2 oder 4 ist um 3 größer, als das Quadrat von 1, oder 1; das Quadrat von 2 ist 4; das Quadrat von 3, oder 9, ist um 5 größer, als das Quadrat von 2, oder 4; das Quadrat von 3 ist 9; das Quadrat von 4, oder 16, ist um 7 größer, als das Quadrat von 3, oder 9, bis: das Quadrat von 10, oder 100, ist um 19 größer, als das Quadrat von 9, oder 81.

Hat man Obiges auch rückwärts ganz durchgesprochen, also z. B. das Quadrat von 10 ist 100, das Quadrat von 9, oder 81, ist um 19 kleiner, als das Quadrat von 10, oder 100 u. s. w., so fragt man die Kinder sowohl in, als außer der Reihe: Das Quadrat von 2, um wie viel größer,

als das Quadrat von 1? Das Quadrat von 3, um wie viel größer, als das Quadrat von 2? u. s. w. bis: das Quadrat von 10, um wie viel größer, als das Quadrat von 9? Dann eben so umgekehrt: Das Quadrat von 9, um wie viel kleiner, als das Quadrat von 10? bis: das Quadrat von 1, um wie viel kleiner, als das Quadrat von 2? *)

Hierdurch lernen die Kinder schon, daß die Unterschiede der auf einander folgenden Quadrate nicht gleich sind, sondern jeder den nächst vorhergehenden Unterschied um 2 übertrifft. Diese Bemerkung, die jedes Kind von selbst machen wird, hat für dasselbe den Nutzen, daß es die Nothwendigkeit dieser Regelmäßigkeit der Unterschiede irgendwo ahndet und sucht **). Diese Ahndung zur Gewißheit zu erheben, läßt man das Kind die Reihen der Quadrate auf die angeführte Art selbst construiren; doch so, daß es zuerst an zwei im Winkel zusammenstoßende Seiten ansetzt, und dann erst die Lücke in der Ecke ausfüllt.

*) Wer diesem Verfahren den Einwurf der Weitschweifigkeit machen wollte, möge bedenken: 1) daß es hier nicht darum zu thun ist, Regeln zu geben — (alle Regeln, denen es an einem Hintergrunde von Anschauung fehlt, haben in der Erziehung keinen Werth, und sind vielmehr schädlich), daß vielmehr durch diese Uebungen Anschauung bezweckt wird, und die Kinder selbst den Grund dieses Verfahrens anschauen sollen; 2) daß dadurch eine allgemeine Regel für alle möglichen Unterschiede vorzubereiten und anschaulich zu machen beabsichtiget wird.

**) Man könnte mir vielleicht einwenden: Diese Behauptung setze sehr denkende Kinder voraus; ich führe dagegen nur an, daß Kinder, die an der Hand der Methode gebildet wurden, sehr genau bemerken, und sehr bald dahin kommen, sich selbst Regeln zu abstrahiren.

Dadurch daß die Kinder aus kleinern größere Quadrate, durch Hinzusetzen im rechten Winkel, aus größeren kleinere Quadrate, durch Hinwegnehmen im rechten Winkel, bilden sahen und selbst bildeten, wird es ihnen, durch Hülfe dieser Anschauung, schon von selbst klar: daß der Unterschied zweier Quadrate, deren Wurzeln um 1 verschieden sind, gleich ist der Wurzel des kleineren Quadrates, doppelt genommen, mehr 1 (in der Ecke), und daß die Unterschiede der auf einander folgenden Quadrate deswegen immer um 2 zunahmen, weil dem die Ecke des rechten Winkels bildenden Cubus an 2 Seiten einer angesetzt werden muß (s. Fig. II, 2. 3.), wo die gleichnamigen Quadrate mit einander correspondiren, und die unbenannten die neu hinzugekommenen sind. Hiedurch gelangt das Kind leicht und sicher zu der Fertigkeit, aus einem gegebenen Quadrate das darauf folgende, oder das vorhergehende, das heißt diejenigen Quadrate zu construiren, deren Wurzeln nur um 1 differiren, indem es im 1sten Falle die Wurzel des gegebenen Quadrats, das heißt die Anzahl Cubus, die es an der Seite desselben sich denkt, doppelt genommen, mehr 1, hinzu zählt, und im 2ten Falle 1 mehr der um 1 verminderten Wurzel, doppelt genommen, hinweg nimmt; z. B. das Quadrat von 12 ist 144, wie groß wird das Quadrat von 13 seyn?

Antwort: Das Quadrat von 13 ist 169.

Auflösung: Das Quadrat 144 hat an seiner Seite (oder an der Basis) 12; nun müssen an

jeder von irgend einem Paar anstoßenden Seiten 12 angesetzt werden, folglich an beide 2 Mal 12 = 24, und 1 zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke, 24 + 1 = 25, 144 + 25 = 169.

Frage: Das Quadrat von 12 = 144, wie groß ist das Quadrat von 11?

Antwort: Das Quadrat von 11 ist 121.

Auflösung: Das Quadrat 144 hat 12 an seiner Seite; jetzt muß, um das vorhergehende Quadrat von 11 zu erhalten, erst 1 im Winkel weggenommen werden, sodann die beiden, durch das Hinwegnehmen eines Cubus im Winkel, um 1 verminderten Seiten; jede Seite hatte 12; 12 — 1 = 11; 2 Mal 12 — 1 oder 2 Mal 11 = 22; 1 + 22 = 23; 144 — 23 = 121.

Dritte Uebung.

Hier setzt man immer je 2 und 2 Quadrate, deren Wurzeln um zwei differiren, auf die Art neben einander, daß diejenigen Cubus oder Platten, um welche das 2te Quadrat größer ist, als das erste, so abstehen, wie Fig. III zeigt, und spricht während dessen den Kindern vor: Das Quadrat von 1 ist 1; das Quadrat von 3, 9, ist um 8 größer, als das Quadrat von 1, oder 1; das Quadrat von 2 ist 4, das Quadrat von 4, oder 16, ist um 12 größer, als das Quadrat von 2, oder 4; das Quadrat von 3 ist 9; das Quadrat von 5, 25, ist um 16 größer, als das Quadrat von 3 oder 9, bis:

bis: das Quadrat 10, oder 100, ist um 36 größer, als das Quadrat von 8, oder 64.

Hat man Obiges auch rückwärts ganz durchgesprochen, also z. B. das Quadrat von 10 ist 100; das Quadrat von 8, oder 64, ist um 36 kleiner, als das Quadrat von 10, oder 100; das Quadrat von 9 ist 81; das Quadrat von 7, oder 49, ist um 32 kleiner, als das Quadrat von 9, oder 81, bis: das Quadrat von 3 ist 9; das Quadrat von 1, oder 1, ist um 8 kleiner, als das Quadrat von 3, oder 9, so fragt man hierüber die Kinder, nach Maßgabe dieser Uebung, sowohl in als außer der Reihe.

Dadurch, und indem man sie hier, so wie bei der vorhergehenden Uebung, die Quadrate selbst construiren läßt, doch so, daß sie ebenfalls erst an die 2 Seiten das Nöthige ansetzen, und sodann die Lücke in der Ecke ausfüllen, sehen sie ein, daß der Unterschied zweier Quadrate, deren Wurzeln um 2 verschieden sind, gleich ist der Wurzel des kleinern Quadrats, 4 Mal genommen, + 4 (in der Ecke) u. s. w., und ferner, daß die Unterschiede der Quadrate, deren Wurzeln um zwei differiren, immer um 4 verschieden sind, weil dem die Ecke des rechten Winkels ausfüllenden Quadrate an 2 Seiten je 2 und 2 Platten angesetzt werden müssen (s. Fig. III, 2. 3.), wo die gleichnamigen Quadrate mit einander correspondiren, und die unbenannten die neu hinzugekommenen sind.

Durch diese Uebung gelangt das Kind zu der Fertigkeit, ein gegebenes Quadrat zu einem Quadrate zu vergrößern, dessen Wurzel um 2 größer, oder zu einem Quadrate zu verkleinern, dessen Wurzel um 2 kleiner ist, als die Wurzel des gegebenen Quadrates, indem es, im ersten Falle, die Wurzel des gegebenen Quadrates, das heißt die Anzahl von Platten, die es sich an der Seite desselben denkt, vierfach genommen, mehr 4 (im Winkel) hinzuzählt, und im 2ten Falle 4 (im Winkel) mehr der um 2 verminderten Wurzel an jeder von 2 anstoßenden Seiten doppelt, also überhaupt vierfach genommen, hinwegnimmt. Zum Beispiel das Quadrat von 12 ist 144, wie groß wird nun das Quadrat von 14 seyn?

Antwort: 196.

Auflösung: Das Quadrat von 12, 144, hat 12 an seiner Seite; um das Quadrat von 14 daraus zu bekommen, muß ich an jeder von 2 anstoßenden Seiten 2 Mal 12, oder 24, ansetzen, also an beide 2 Mal 24, oder 48, und, um die Lücke in der Ecke auszufüllen, 4; $48 + 4 = 52$; $144 + 52 = 196$.

Frage: Das Quadrat von 13 ist 169, wie groß ist das Quadrat von 11?

Antwort: Das Quadrat von $11 = 121$.

Auflösung: Das Quadrat 169 hat 13 an seiner Seite. — Um das Quadrat von 11 zu be-

kommen, muß ich zuerst in der Ecke 4 hinwegnehmen; die gedoppelten Reihen von Cubus, welche die in der Ecke weggenommenen 4 Cubus an beiden Seiten einschlossen, oder die um 2 verminderte Wurzel des Quadrates von 13, = 13 — 2 = 11, 4 Mal genommen, 4 Mal 11 = 44; 4 + 44 = 48; 169 — 48 = 121.

Eben so verfährt man auch mit Quadraten, deren Wurzeln um 3, um 4 u. s. w. verschieden sind. Das Kind lernt also durch diese Uebungen aus den gegebenen Wurzeln von 2 oder mehreren Quadraten, oder, was dasselbe anzeigt, aus einer Wurzel und dem Unterschiede dieser und der Wurzel eines andern Quadrats (dieser Unterschied betrage nun 3, oder 4, oder 5 u. s. w.) den Unterschied der Quadrate selbst finden, gelangt also zu dem Bewußtseyn der Verhältnisse der Quadrate zu ihren Wurzeln — und der Quadrate und Wurzeln unter sich; und da es bei allen ihm vorgekommenen Differenzen bemerkt hat, daß die Lücke in der Ecke jedes Mal so viele Platten erfordert, als die Differenz, mit sich selbst multiplicirt, Einheiten hat; daß ferner die beiden Rechtecke an den Seiten des Quadrats immer gleich viel Platten, und zwar jedes die Wurzel des gegebenen Quadrates so viel Mal enthält, als die Differenz Einheiten hat (s. Fig. III), so wird das Kind bald selbst die Regel sich abstrahiren, ohne daß es sie noch in Worte zu fassen vermag:

Daß der Unterschied zweier Quadrate, deren Wurzeln um eine gewisse Anzahl Einheiten verschieden sind, gleich ist dem Quadrate dieser Anzahl Einheiten, mehr dem doppelten Producte der nehmlichen Anzahl Einheiten in die kleinere Wurzel.

Durch Hülfe dieser Regel, die das Kind durch oft wiederholtes Anschauen, Zusammensetzen und Zerlegen von Quadraten auf die angegebene Art gefunden, und sich unvergeßlich eingeprägt hat, ist es nunmehr auf dem Punkte, daß es jede gegebene Zahl ins Quadrat erheben kann; denn ist ihm die Zahl zu groß, als daß ihm das Quadrat derselben auf Ein Mal anschaulich werden könnte, so hat es jetzt Mittel, um es sich nach und nach anschaulich zu machen. Ein Beispiel wird dieß am besten erläutern. Gesetzt, es sollte das Quadrat von 345 aufsuchen, so kann es unter andern folgendermaßen verfahren, um nach und nach zur Anschauung des Quadrates von 345 zu gelangen, wenn es dasselbe auf ein Mal anzuschauen nicht vermag *). Ein Quadrat, das an seiner Seite 100 hat, ist = 10,000; ein Quadrat, daß an seiner Seite 300 hat, ist = 90,000. Nun soll ich aber nicht das Quadrat von 300, sondern von 345 suchen, das heißt dasjenige Quadrat, dessen

*) Denn daß nicht jede Individualität den gleichen Weg einschlägt, versteht sich von selbst, und hierin die freie Bewegung der Thätigkeit des Kindes durch Nöthigung zu gleichem Wege hemmen zu wollen, würde Pedanterie seyn.

Wurzel um 45 größer ist; wüßte ich den Unterschied dieser beiden Quadrate, so dürfte ich ihn nur zu 90,000 hinzuzählen, so hätte ich das gesuchte Quadrat; um diesen Unterschied zu finden, muß ich sehen, wie viel ich ansetzen müßte zum Quadrate von 300, um das Quadrat von 345 zu bekommen. An jede von 2 anstoßenden Seiten muß ich 45 Mal 300, also an beide 2 Mal 45, oder 90 Mal 300, ansetzen; 90 × 300 = 27,000. Nun muß ich noch die Ecke durch 45 Mal 45 ausfüllen. 45 × 45 = 9 Mal 5 Mal 45; 5 Mal 45 = 225; 9 Mal 225 = 2025. Das, was angesetzt werden muß, beträgt also in Allem 27000 an den Seiten und 2025 in der Ecke; 27,000 + 2025 = 29,025; folglich ist das Quadrat von 345 = 90,000 + 29,025 = 119,025. Daß diese Verfahrungsart auch auf höhere Zahlen anwendbar ist, wirst Du nun von selbst einsehen, und die Kraft des bekannten Negers gewiß nicht mehr als unerklärbar und unerreichbar anstaunen. Noch ist's nicht erschienen in der Zeit, was menschliche Kraft vermag. Willkommen sey uns daher jedes Mittel und jede Form, deren Gebrauch die menschliche Thätigkeit dem Ziele der Vollendung näher bringt, und daß die eben angezeigte Art, das Quadriren zu lehren, das Ihrige dazu beitragen wird, zeigt schon eine flüchtige Vergleichung zwischen ihr und der gewöhnlichen hiebei beobachteten Unterrichtsmethode, indem bei letzterer der Mensch nur auf Zeichen zu wirken lernt, wozu ihm der

Hintergrund, die Anschauung der Sache, fehlt, folglich das so erhabene Geschenk der Gottheit, die innere Anschauungskraft, nicht allein verabsäumt, sondern durch das leidige Zeichenwesen sogar abgestumpft wird, dagegen bei ersterer gerade das Gegentheil Statt findet, indem das Kind nicht allein durch äußere Anregung die Sache mit seinem inneren Auge anzuschauen, sondern auch seine Thätigkeit durch die Sache und mit der Sache in volles Leben zu setzen angewiesen wird. Daß man das Kind lehrt, sich der Zeichen als Abkürzungsmittel zu bedienen in den Fällen, wo es zu viel Zeit- oder Kraftaufwand erfordern würde, sich das Quadrat allmählig zu veranschaulichen, kannst Du Dir wohl vorstellen, so wie Dir auch die Leichtigkeit und Sicherheit, mit der der so Gebildete in der Sache die Operationen mit den Zeichen erlernt, gleichfalls klar seyn wird. Nie wird er sein Gelerntes vergessen, und stets der Gründe seines Verfahrens bewußt seyn. — Wozu aber, wirst Du vielleicht fragen, die Uebungen mit den Differenzaufgaben, da der Zögling doch durch die erste Uebung schon dahin kommt, einzusehen: daß jede Zahl so oft Mal genommen werden muß, als sie Einheiten hat, um ihr Quadrat zu erhalten? Ohne den großen Vortheil der Krafterhöhung durch die Einsicht in das Verhältniß der Unterschiede der Quadrate zu ihren Wurzeln und des Verhältnisses der Zu- oder Abnahme zu berühren, so soll Dir das Folgende auch in dieser neu auf-

gestellten Pestalozzischen Form die Consequenz darthun, deren Geist in allen übrigen weht, indem ich Dir zu zeigen hoffe, daß eben diese Differenzaufgaben den Grund der Auflösung der umgekehrten Aufgabe, das heißt des Wurzelausziehens enthalten. Doch das verspare ich bis zu dem folgenden Briefe.

VII.

München-Buchsee, den 30. August 1805.

Das Geschäft, die Wurzelausziehung zu lehren, zerfällt ganz natürlich in 2 Hauptübungen:

1) in diejenige, von einer gegebenen Zahl, die ein vollkommenes Quadrat ist, die Wurzel anzugeben;

2) zu einer Zahl, die kein vollkommenes Quadrat ist, die Wurzel durch Annäherung so genau, als es die Forderungen der Aufgabe verlangen, z. B. in 3teln, 4teln u. s. w. anzugeben. –

Der Gang ist auch hier wieder vom Leichteren zum Schwereren. Zuerst macht man den Kindern klar, was sie jetzt lernen sollen, indem man ihnen sagt: Bisher haben wir immer gesucht, aus der Anzahl Cubus oder Platten, die an der Seite eines Quadrats sich befinden, die Anzahl Cubus, die das ganze Quadrat enthält, zu bestimmen, das heißt mit andern Worten: aus der Wurzel das Quadrat zu finden; jetzt wollen wir umgekehrt lernen, aus der Anzahl Cubus oder Platten, die ein Quadrat enthält, die Anzahl, die an dessen Seite sich befinden, anzugeben, das heißt, aus dem Quadrat die Wurzel zu finden. –

Hiezu bedient man sich anfänglich der ersten Reihe Quadrate (s. Fig. I), und sagt den Kindern: die Wurzel von 1 ist 1, die Wurzel von 4 ist 2 u. s. w. bis: die Wurzel von 100 ist 10.

Nachdem dieses geschehen ist, welches Dir durchaus nicht als überflüßig erscheinen kann, indem dadurch dem Kinde seine neue Aufgabe immer deutlicher wird, so faßt man oben schon erwähnte Regel in Worte, um dem Kinde deutlich zu machen, daß man sich folglich auch die Wurzel eines gegebenen Quadrates aus 2 Theilen bestehend vorstellen kann, und daß das Quadrat, in diesen Theilen angegeben, bestehe 1stens aus dem Quadrat des 1sten Theils der Wurzel; 2tens aus dem doppelten Producte des ersten Theils der Wurzel in den zweiten Theil der Wurzel; 3tens aus dem Quadrate des zweiten Theils der Wurzel. Z. B. bei dem Quadrate 25 (Fig. III, 3.) zeigt man dem Kinde, daß man die Wurzel 5 aus 3 und 2 zusammengesetzt sich vorstellen kann, und daß dann das Quadrat 25 bestehet aus dem Quadrate des ersten Theils der Wurzel 3, das heißt, aus dem Quadrate 9, ferner aus dem doppelten Producte des ersten Theils der Wurzel 3, in deren 2ten Theil 2, also 2 Mal $3 \times 2 = 12$, oder der Anzahl Platten, welche die beiden Rechtecke an zweien anstoßenden Seiten des Quadrates des ersten Theils der Wurzel bilden; endlich aus dem Quadrate in der Ecke, oder dem Quadrate des zweiten Theils der Wurzel 2; 2 Mal $2 = 4$; $9 + 12 + 4 = 25$. Hat das Kind

dieses eingesehen, was nicht schwer zu erreichen seyn wird, indem es durch die vorhergegangenen Uebungen mit den Differenzen der Quadrate die hiezu nöthigen Anschauungen erhalten hat, so sagt man demselben: Wenn also von einem Quadrate die Wurzel anzugeben wäre, die ich mir nicht auf ein Mal vorstellen kann, so thue ich dieß nach und nach, indem ich mir die gegebene Zahl in 2 Theile zerlegt vorstelle, wovon der eine ein Quadrat ist, dessen Wurzel ich kenne, folglich der andere den Unterschied zwischen diesem Quadrate und dem gegebenen anzeigt, dessen Wurzel ich suche; diese zweite Zahl muß ich mir also im rechten Winkel um das erste kleinere Quadrat herum angelegt vorstellen, um so zur Anschauung des Unterschiedes der Wurzel beider Quadrate zu gelangen, welchen Unterschied, als den zweiten Theil der gesuchten Wurzel, ich dann nur zur Wurzel des kleinern Quadrats, als den ersten Theil der gesuchten Wurzel, hinzuzählen darf, um die gesuchte Wurzel zu haben. Z. B. ich sollte die Wurzel von 169 ausziehen, und diese Wurzel könnte ich mir nicht auf ein Mal vorstellen, so kann ich unter andern folgendermaßen verfahren, um es nach und nach zu thun. Das Quadrat 169 stelle ich mir vor, als bestehend aus dem Quadrate 100, dessen Wurzel 10 ist, und 69 im rechten Winkel herumliegend; diese 69, die dem Unterschiede des gegebenen Quadrats 169 und des Quadrats 100 gleich sind, betragen folglich noch:

a) das doppelte Product von 10 in den noch unbekannten 2ten Theil der Wurzel, und

b) das Quadrat dieses zweiten Theils.

Da ich an jede Seite des Quadrats 100 10 ansetzen muß, folglich an beide: 2 Mal 10, oder 20, so habe ich nun zu untersuchen, wie viel Mal 20 ich von den 69 zum Ansetzen wegnehmen kann? jedoch muß ich immer Rücksicht nehmen auf die durch das Ansetzen entstehende Lücke, damit ich genug behalte, um auch diese auszufüllen, ohne welches das Quadrat nicht vollständig seyn würde. 20 kann ich von 69 3 Mal wegnehmen: denn bleiben mir noch gerade 9 übrig für die Ecke, deren Ausfüllung 3 Mal 3, oder 9, erfordert. 3 ist folglich der 2te Theil der gesuchten Wurzel, mithin die ganze gesuchte Wurzel der gegebenen Zahl 169 = 10 + 3 = 13.

Mit allem Vorbedachte habe ich Dir die Auflösung so gegeben, wie ich sie gab, weil Du noch nicht eine hinlängliche Anschauung gehabt haben dürftest, und ich Dir sie zu verschaffen wünschte. — Die Kinder und diejenigen, welche die Anschauung der Sache schon inne haben, geben sich einander die Auflösung kürzer und ohne Einstreuung von Reflexionen. Ich will Dir auch hiervon ein Beispiel geben:

Frage: Welches ist die Wurzel von 729?

Antwort: 27.

Warum?

Auflösung: 729 ist = 400 + 329; die Wurzel von 400 ist 20. An jede von 2 anstoßenden Seiten muß ich also 20, folglich an beide 2 × 20 = 40 ansetzen; 40 ist in 329 zwar 8 Mal enthalten; allein alsdann hätte ich nicht genug, um die Ecke auszufüllen; ich kann also 40 nur 7 Mal von 329 zum Ansetzen wegnehmen: 7 × 40 = 280; 329 — 280 = 49; gerade genug, um die Lücke auszufüllen; die gesuchte Wurzel ist folglich 20 + 7 = 27.

Hiedurch gelangt also das Kind zu der Fertigkeit, aus vollkommenen Quadraten die Wurzel auszuziehen; um es auch dahin zu führen, aus Zahlen, die keine vollkommenen Quadrate sind, die Wurzel so genau, als es verlangt werden mag, anzugeben, macht man es erst darauf aufmerksam, daß es solche Zahlen giebt, indem man mit ihm die Reihe der Quadrate durchgeht, und ihm anschaulich macht: daß zwischen den Quadraten 1 und 4 noch die Zahlen 2 und 3, zwischen den Quadraten 4 und 9 noch 5, 6, 7, 8, zwischen 9 und 16 noch 10, 11 ꝛc. fallen, welche keine vollkommenen Quadrate sind, das heißt, deren Wurzeln nicht in Ganzen angegeben werden können, da augenscheinlich die Wurzeln von 2 und 3 größer als 1, und kleiner als 2; die Wurzeln von 5, 6, 7 und 8 größer als 2, und kleiner als 3 sind u. s. w. zuletzt: die Wurzeln von 82, 83 ꝛc. 99 größer als 9, und kleiner als 10 sind. — Ist dieses geschehen,

und hat man das Kind auch durch einige Fragen geübt, die Zahlen anzugeben, zwischen welchen die Wurzel irgend einer gegebenen Zahl falle, daß es z. B. gleich sagen kann: die Wurzel von 6 ist größer als 2, und kleiner als 3; die Wurzel von 15 ist größer als 3, und kleiner als 4; die Wurzel von 77 ist größer als 8, und kleiner als 9; die Wurzel von 432 ist größer als 20, und kleiner als 21 u. s. w., so sagt man ihm: daß es nicht genug sey, dieses zu wissen, sondern, daß es auch müsse angeben können, um wie viel 3tel, 4tel, 5tel, 10tel, 100tel u. s. w., z. B. die Wurzel von 6 größer sey als 2, die Wurzel von 15 größer als 3, die Wurzel von 77 größer als 8, die Wurzel von 432 größer als 20, und folglich alsdann auch umgekehrt: um wie viel eben solcher Theile benannte Wurzeln kleiner seyen als 9 und 21 u. s. w. Nun weiß es schon aus dem A, B, C der Anschauung, oder aus der Bruchtabelle, daß ein Quadrat, wovon jede Seite in gleich viele, z. B. in 3, 4 u. s. w. gleiche Theile getheilt ist, und wovon die einander correspondirenden Theilungspunkte durch gerade Linien mit einander verbunden werden, in 9, 16 u. s. w. gleiche kleine Quadrate getheilt wird. Dieses erleichtert ihm die Sache nicht wenig. Der Lehrer sagt dem Kinde nunmehr: Ihr wißt also, daß die Wurzel von 6 größer ist, als 2; aber wir sollen jetzt genauer, bestimmter angeben, um wie viel, und zwar, um wie viel Drittel die Wurzel von 6 größer ist als 2? Der Unterschied von 4 (dem

Quadrate von 2) und von 6, oder der gegebenen Zahl von Platten, ist 2; die Seite eines jeden Quadrates ist seine Wurzel; so viele Einheiten die Seite eines Quadrates enthält, so viele Einheiten enthält also seine Wurzel. Darum müssen wir, wenn wir die Wurzel von 6 auf 3tel genau angeben sollen, jede Seite der beiden übrig gebliebenen Quadrate durch 2 Punkte in 3 gleiche Theile theilen; hier zeigt es sich, wenn man die Theilungspunkte durch gerade Linien verbindet, daß ein Quadrat, dessen Wurzel gleich ist $\frac{3}{3}$, in 9 kleinere Quadrate zerfällt, deren jedes ein 9tel des Quadrates ist (s. Fig. IV, 1.). Hier sind nun 2 kleine Quadrate, deren jedes 9 noch kleinere Quadrate, beide zusammen also $\frac{18}{9}$tel, betragen. Diese müssen wir nunmehr an das Quadrat von 2 oder 4 so vertheilen, daß dadurch abermals ein **vollständiges, lückenloses** Quadrat entstehet. Zu diesem Endzwecke müssen wir jedes der 4 einzelnen kleinern Quadrate, die das Quadrat 4 bilden, in 9tel zerlegt uns vorstellen; hier sehen wir, daß an jeder Seite 6 Neuntel, folglich an 2 anstoßenden Seiten 2 Mal $\frac{6}{9} = \frac{12}{9}$, und zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke $\frac{1}{9}$, also $\frac{12}{9} + \frac{1}{9} = \frac{13}{9}$, erfordert werden, um ein vollständiges Quadrat zu erhalten (s. Fig. IV. 2); $\frac{13}{9}$ von $\frac{18}{9}$ abgezogen, bleiben $\frac{5}{9}$ (wenn auch diese noch vertheilt, mithin die Wurzel noch genauer ausgezogen werden sollte, so müßten diese $\frac{5}{9}$tel wieder in noch kleinere Quadrate zertheilet werden). So sehen die Kinder offenbar, daß die Wur=

zel von 6, auf 3tel genau angegeben, gleich ist $2\frac{1}{3}$ + einem Reste von $\frac{5}{9}$.

Aufgabe: Welches ist die Wurzel von 15 auf 3tel genau angegeben?

Antwort: Die Wurzel von 15, auf 3tel genau angegeben, ist $3\frac{2}{3}$.

Auflösung: Die Wurzel von 15 liegt zwischen 3 und 4 (denn: das Quadrat von 3 ist 9, das Quadrat von 4 ist 16). Das Quadrat von 3, 9, von 15 abgezogen, bleiben 6. Da die Wurzel in 3teln angegeben werden soll, so müssen (nach dem Obigen) diese 6 übrig gebliebenen Quadrate in 9tel zerlegt werden; sie haben also 6 Mal $\frac{9}{9} = \frac{54}{9}$. An jede von 2 anstoßenden Seiten des Quadrats von 3, 9 werden 3 Mal $\frac{3}{9} = \frac{9}{9}$, also an beiden Seiten 2 Mal $\frac{9}{9} = \frac{18}{9}$ und $\frac{1}{9}$ zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke erfordert, um ein Quadrat zu erhalten, das um ein Drittel größer ist, als das Quadrat 9. Es werden ferner 2 Mal 3 Mal $\frac{3}{9} = \frac{18}{9}$ an jeder von 2 anstoßenden Seiten des Quadrats 9, mithin an beide 2 Mal $\frac{18}{9} = \frac{36}{9}$, und zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke $\frac{4}{9}$, also zusammen $\frac{36}{9} + \frac{4}{9} = \frac{40}{9}$ erfordert, um ein Quadrat zu erhalten, das um zwei Drittel größer ist, als das Quadrat von 3, 9 (s. Fig. IV. 3). Es waren zum Vertheilen $\frac{54}{9}$ da; es bleibet mithin, wenn die $\frac{40}{9}$ davon abgezogen werden, noch ein Rest von $\frac{14}{9}$. Also ist die Wurzel von 15, auf Drittel genau angegeben, $3\frac{2}{3}$, und es bleibt ein Rest von $\frac{14}{9}$.

Eben so muß verfahren werden, wenn die Wurzel auf 5tel, 10tel genau angegeben werden soll.

Das Kind wird also nunmehr wissen, daß, wenn die Wurzel von 77 bis auf 5tel genau angegeben werden soll, es folgendermaßen verfahren muß: Zuerst sucht man den Unterschied von 64 und 77 = 13. Da nun diese 13 Quadrate, wenn man sie unzertheilt ansetzen wollte, nicht hinreichen, um ein Quadrat zu bilden, so müssen sie in Theilen angesetzt werden, und zwar, weil im gegenwärtigen Falle die Wurzel auf 5tel angegeben werden soll, in 25teln. Ein Ganzes hat $\frac{25}{25}$, 13 Ganze haben folglich $13 \times \frac{25}{25} = \frac{325}{25}$. Nun muß es an jeder von einem Paar anstoßender Seiten des Quadrates 64 8×5 oder 40 solcher kleiner Quadrate ansetzen, weil es sich jetzt die 64 Quadrate auch in 25stel getheilt denken muß; folglich braucht es an beide Seiten 2×40, oder 80; 80 ist in 325 zwar 4 Mal enthalten, aber alsdann bliebe nicht genug übrig, um die Lücke im rechten Winkel, welche 16 kleine Quadrate fordert, auszufüllen. Es können also nur 3 Mal 80, oder 240, von den 325 zum Ansetzen genommen werden, und noch 3 Mal 3, oder 9, in die Ecke, um das Quadrat zu vollenden; $240 + 9 = 249$; $325 - 249 = 76$. Es ist also die Wurzel von 77 bis auf 5tel ausgezogen, gleich $8\frac{3}{5}$, und es bleibt ein Rest von $\frac{76}{25}$, oder $3\frac{1}{25}$. Daß dieser Rest, wenn man es verlangte, in seinen Theilen ebenfalls wieder auf ähnliche Art

an.

angesetzt, und so die Wurzel noch genauer angegeben werden könne, wirst Du nun von selbst einsehen, wie auch, daß das Kind nun im Stande ist, die Wurzeln sowohl aus Brüchen, als auch aus Ganzen und Brüchen auszuziehen. —

Hat das Kind hinlängliche Fertigkeit im Ausziehen der Quadratwurzel, so verbindet man damit die vorhergehenden Uebungen innerhalb der Grenzen der Tabellen.

Um Dir nur einige Beispiele dieser Art zu geben:

Frage: Die Quadratwurzel von 170,115, in 10teln ausgezogen, ist 4 Mal der 5te Theil von wie viel Mal der Quadratwurzel von 1804 in 10teln ausgezogen?

Antwort: Von 12 Mal der Quadratwurzel von 1804, und 79 Mal dem 424sten Theile dieser Quadratwurzel.

Auflösung: Die Quadratwurzel von 170,115 ist $412\frac{4}{10}$; denn von 160,000 ist die Quadratwurzel 400; es bleiben also zu vertheilen: 10,115; ich brauche an jeder Seite 400; an 2 Seiten 2 Mal 400 = 800; 800 sind in 10,115 zwischen 12 und 13 Mal enthalten; ich nehme also an: 12 Mal, und erhalte auf diese Art 412; 800 × 12 = 9,600; 160,000 + 9600 = 169,600; zu diesen kommt, zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke, das Quadrat der Differenz von 400 und 412; 12 × 12 = 144; 169600 + 144 = 169744, als das Quadrat von 412, und außerdem bleibt

ein Rest von $\frac{371}{170115}$. Dieser Rest soll in Zehnteln ausgezogen werden; 371 × 10 = 37,100; ich habe also 37,100 kleine Quadrate an die Seiten des großen Quadrates zu vertheilen; ich brauche an jede Seite 412 × 10 = 4120, also an 2 Seiten 4120 × 2 = 8240. Diese sind in 37,100 4 Mal enthalten 8240 × 4 = 32,960. Hiezu kommen, zu Ausfüllung der Lücke, das Quadrat der Differenz, 4 = 16; 32,960 + 16 = 32,976; 37,100 – 32,976 = 4124. Dieser Rest der 4124 kommt hier nicht in Anschlag, weil die Aufgabe nur 10tel verlangt, und dieser Forderung bereits genüget ist. Nun weiß ich also, daß die Wurzel der 1sten gegebenen Zahl $412\frac{4}{10}$ ist; $412\frac{4}{10}$tel sind 4 Mal $103\frac{1}{10}$; 4 Mal $103\frac{1}{10}$ sind 4 Mal der 5te Theil von 5 Mal $103\frac{1}{10}$; 5 Mal $103\frac{1}{10}$ = $515\frac{5}{10}$. Die Quadratwurzel von 1804 ist $42\frac{3}{10}$. Dieses wird auf gleiche Weise gefunden: $42\frac{3}{10}$ sind in $515\frac{5}{10}$ — $12\frac{79}{424}$ Mal enthalten, folglich u. s. w.

Frage: Welches ist die Zahl, zu deren Quadratwurzel sich die Quadratwurzel von 1764 eben so verhält, wie sich die Wurzel von 56, in 3teln ausgezogen, zu der Wurzel von 121 verhält?

Antwort: Die Zahl, zu deren Wurzel sich die Wurzel von 1764 eben so verhält, wie die Wurzel von 56, in 3teln ausgezogen, zu der Wurzel von 121, ist 3969.

Auflösung: Die Wurzel von 56 ist $7\frac{1}{3}$. (Die Wurzel von 56 liegt zwischen 7 und 8; denn 56 ist um 8 kleiner als 64, und um 7 größer als

49; ich nehme mithin 7 als die Wurzel im Ganzen an; um nun das Uebrige in Dritteln angeben zu können, muß ich mir die 7 übrig bleibenden Ganze in 9tel getheilt vorstellen, und an jede von 2 anstoßenden Seiten des Quadrats $7 \times 3 = 21$ Neuntel ansetzen; $2 \times 21 = 42$; 42 ist in 63 nur 1 Mal enthalten; ich brauche nun noch $\frac{1}{9}$ zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke; $42 + 1 = 43$; $63 - 43 = 20$; es ist also die Wurzel von 56, auf Drittel ausgezogen, $7\frac{1}{3}$, und es bleibt noch übrig $\frac{20}{9}$, welche, wie schon gesagt, hier nicht in Anschlag kommen.) Die Wurzel von 121 ist 11; $7\frac{1}{3} = \frac{22}{3}$; $11 = \frac{33}{3}$; $\frac{22}{3}$ verhalten sich zu $\frac{33}{3}$, wie 2 zu 3, oder sind von $\frac{33}{3}$ 2 Mal der 3te Theil; also muß die Wurzel von 1764 zwei Mal der 3te Theil von der Wurzel der Zahl seyn, die gefunden werden soll. Die Wurzel von 1764 ist 42; 42 ist 2 Mal 21; 2 Mal 21 ist 2 Mal der 3te Theil von 3 Mal 21; 3 Mal $21 = 63$; 63 zum Quadrate erhöhet $= 3969$, folglich ꝛc.

Frage: 5 Mal der 9te Theil der Wurzel eines unbekannten Quadrats = 2 Mal dem 5ten Theile von 35; wie groß ist das unbekannte Quadrat?

Antwort: Das unbekannte Quadrat ist 324.

Auflösung: Der 7te Theil von $35 = 5$; $\frac{2}{7}$ von $35 = 2$ Mal $5 = 10$; 10 sind 5 Mal 2; 5 Mal 2 sind 5 Mal der 9te Theil von 9 Mal $2 = 18$; 18 ist also die Wurzel des unbekannten

Quadrates, folglich ist das gesuchte Quadrat $18 \times 18 = 324$.

Frage: Das Quadrat einer unbekannten Zahl verhält sich zu $40\frac{1}{3}$, wie sich $\frac{2}{3}$ verhalten zu $\frac{3}{7}$ von $4\frac{6}{9}$; welches ist die unbekannte Zahl (oder Wurzel)?

Antwort: $3\frac{2}{3}$.

Auflösung: $4\frac{6}{9} = \frac{42}{9}$; der 7te Theil von $\frac{42}{9} = \frac{6}{9}$; 3 Mal der 7te Theil von $\frac{42}{9} = 3$ Mal $\frac{6}{9}$; $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$; $\frac{6}{9}$ sind der 3te Theil von 3 Mal $\frac{6}{9}$; folglich muß der Inhalt des Quadrates der zu suchenden Wurzel gleich seyn dem 3ten Theile von $40\frac{1}{3}$; $\frac{40\frac{1}{3}}{3} = \frac{121}{\frac{3}{3}}$; $\frac{121}{\frac{3}{3}} = \frac{121}{9}$. Die Wurzel von $\frac{121}{9} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$, welches die gesuchte Zahl ist.

Diese Beispiele mögen genügen, um Dir die Mannichfaltigkeit der Aufgaben anzudeuten, die sich auf diese Weise bilden und auflösen lassen. — Auch hier wird das Kind gelehrt, sich Aufgaben, deren Auflösung im Kopfe zu viel Zeit und Anstrengung fordern, mit Hülfe der Zeichen zu lösen; allein auch hier wirst Du einsehen, daß es die Regel zur Ausziehung der Wurzel alsdann fassen und nie wieder vergessen wird.

Also besteht, denkst auch Du vielleicht, wie so mancher schon gedacht hat, der ganze Vorzug des Pestalozzischen Rechnenunterrichts blos darin, daß das Kind die Regel besser verstehen lernt, als es gewöhnlich der Fall ist, und folglich ist dieser Rechnenunterricht weiter nichts, als eine bessere Methode, das Rechnen zu lehren. — Aber wenn Du so urtheilen könntest, so würdest Du zugestehen,

daß Du nicht einmal auf dem Standpunkte stehest, das Ganze des Rechnenunterrichts, und noch viel weniger auf dem, das Ganze der Erziehung übersehen zu können; denn das Ganze der Bemühungen, das Kind rechnen zu lehren, beruhet, nach Pestalozzischen Grundsätzen, auf folgenden 3 Hauptpunkten:

1) Das Kind zu der Kraft zu erheben, die Zahlenverhältnisse in einem großen Umfange deutlich zu erkennen und richtig zu bestimmen.
2) Es zu lehren, diese Kraft auf Berechnung von Größe, Anzahl, Dauer, Schwere und Werth der ihm vorkommenden Gegenstände anzuwenden *).
3) Seine desfalsigen Intuitionen durch Zeichen (Ziffern u. s. w.) dem Auge darzustellen.

Sage, welche andre Methode hat bis hieher die Hauptmomente so scharfsinnig bestimmt, so psychologisch gereicht, und in so consequenten Formen aufgestellt, als die Pestalozzische? **) Jeder, der die gehörige Ueberschauungsgabe und Umfassungskraft besitzt, wird ihr dieß zugestehen; betrachtet man sie aber erst aus dem Standpunkte der Erzie-

*) Sind gleich die beiden ersteren Rücksichten auch die Absicht des gewöhnlichen Unterrichts im Rechnen gewesen, so dürfte doch diese Absicht nur sehr selten erreicht worden seyn.

**) Ob gleich bis jetzt erst für Nro. 1. die Formen aufgestellt sind, so werden die übrigen im Institute schon seit langer Zeit ausgeübt und wahrscheinlich bald erscheinen.

hung, aus welchem sie durchaus nicht als Mittel, um schneller rechnen zu lehren, anzusehen ist, sondern blos als Mittel, die Verstandeskräfte der Kinder zu entwickeln, so muß sie uns doppelt willkommen seyn; denn, stellt man eine Vergleichung an zwischen dem Einflusse, den die Pestalozzische Methode, das Rechnen zu lehren, auf den Geist der Kinder hat, mit demjenigen der gewöhnlichen Unterrichtsmethode, so wird jeder offene, vorurtheilsfreie, eines reinen Eindrucks fähige Sinn bei dieser Vergleichung durchaus Sache und Zeichen, lebendige Anschauung und todtes Raisonnement entgegengesetzt finden; folglich, indem er den unbedingten Vorzug der Pestalozzischen Methode einsieht, ihre Einführung aus vollem Herzen wünschen und mit ganzer Kraft befördern.

Bedenkt man ferner, wie sehr sie durch ihren Gang allen Vorurtheilen den Weg erschwert, die Kinder durch das Gefühl der Zunahme ihrer Kraft heitern Sinnes macht, und doch auf der andern Seite Bescheidenheit mit Selbstständigkeit zu vereinen vermag, so muß die Pestalozzische Methode noch ehrwürdiger uns erscheinen, und nur Selbstsucht und Beschränktheit können ihr diese Würde absprechen wollen.

Um Dir zu zeigen, welcher Spielraum der Selbstthätigkeit des Kindes bei der Zahl gegeben ist, so will ich eine und ebendieselbe Zahl durch die verschiedenen Uebungen der Einheitstabellen, innerhalb derselben, durchführen. Z. B. bei der 3ten Reihe

auf den 3ten Strich des 3ten Feldes zeigend, sagt Dir das Kind in der ersten Uebung: daß es bis dahin 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 ist; in der 2ten gibt es die Anzahl Einheiten an, indem es Dir sagt: 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 ist 8 Mal 1. In der 3ten Uebung lernt es angeben: wie viel Mal 2, 3, 4 bis 10 in 2 Mal 3 und 2 Mal dem 3ten Theile von 3 enthalten sind, da es Dir dann sagt: 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 ist 4 Mal 2; 2 Mal 4; 1 Mal 5 und 3 Mal der 5te Theil von 5; 1 Mal 6 und 2 Mal der 6te Theil von 6 ꝛc. bis kein Mal 10, sondern nur 8 Mal der 10te Theil von 10.

In der 4ten Uebung wird die Ansicht der Zahl noch mannichfaltiger, indem es Dir nicht allein angibt: 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3, wie viel Mal 2, 4, 5 ꝛc. bis 10, sondern hier die 2, 4, 5 ꝛc. bis 10 als Halbe, 3tel, 4tel, 5tel ꝛc. bis 10tel von andern Zahlen auffaßt und Dir ihre Anzahl — enthalten in 2 Mal 3 und 2 Mal dem 3ten Theile von 3, als solche Halbe, Drittel, Zehntel andrer Zahlen angibt: z. B. bei 2, daß 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 gleich ist 4 Mal dem halben Theile von 4, 4 Mal dem 3ten Theile von 6, 4 Mal dem 4ten Theile von 8, 4 Mal dem 5ten Theile von 10 bis 4 Mal dem 10ten Theile von 20, und so bei den übrigen Zahlen, z. E. bei 5, wird es Dir sagen: daß 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 gleich ist dem halben Theile von 10 und $\frac{3}{5}$ vom halben Theile von 10,

oder dem 3ten Theile von 15 und $\frac{2}{3}$ von 3ten Theile von 15 ꝛc.

In der 5ten Uebung wird es Dir

a) sagen, von welcher Zahl 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 ein Mal der halbe, 3te, 4te u. s. w. bis der 10te Theil ist, also z. B. 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 ist ein Mal der halbe Theil von 16; ein Mal der 3te Theil von 24 ꝛc.

b) welchem einzelnen Theile einer gegebenen Zahl 16, 24 ꝛc. 80 2 Mal 3 und 2 Mal der 3te Theil von 3 gleich ist, also z. B. daß 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 von 16 ein Mal dem halben Theile, von 24 ein Mal dem dritten Theile, von 80 ein Mal dem 10ten Theile gleich ist.

Bei a waren die Zahlen 16, 24 ꝛc. 80 zu bestimmen, bei b) hingegen: welchem einfachen Theile dieser gegebenen Zahl 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 gleich sind.

In der 6ten Uebung wird es Dir angeben:

a) von welcher Zahl 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 mehrmal (2, 3, 4, 5 u. s. w. bis 10 Mal) dem halben, dritten, vierten u. s. w. bis zehnten Theile gleich ist, also sagen: 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 ist gleich 2 Mal dem halben Theile von 8; 2 Mal dem 3ten Theile von 12 u. s. w. bis 2 Mal dem 10ten Theile von 40. Ferner:

b) welchem mehrmals genommenen Theile einer gegebenen Zahl 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 gleich ist, z. B. daß 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 gleich

ist von 4 4 Mal dem halben Theile, von 6 4 Mal dem 3ten Theile, von 8 4 Mal dem 4ten Theile, von 10 4 Mal dem 5ten Theile u. s. w.

In der 7ten Uebung, nachdem es Dir vermittelst der vorhergehenden Uebungen alle möglichen Beziehungen der 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 auf *eine* Zahl angegeben hat, gibt es Dir nunmehr die Beziehung der 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 auf einfache Verhältnisse mehrerer Zahlen an, und sagt Dir also: daß, so wie 2 der halbe Theil von 4 ist, so ist 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3, der halbe Theil von 16; ferner, so wie 9 der 3te Theil von 27 ist, so ist 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 der 3te Theil von 24 u. s. w.; überhaupt also wird es die Zahlen angeben, die sich eben so verhalten zu 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3, wie irgend 2 Zahlen, die in einem einfachen Verhältnisse zu einander stehen, das ist, wovon die eine Zahl nur *ein* Theil der andern ist.

In der 8ten Uebung endlich wird es Dir die Zahl angeben, die sich zu 2 Mal 3 und $\frac{2}{3}$ von 3 eben so verhält, wie irgend 2 Zahlen, die eine mag ein einzelner oder ein mehrfach genommener Theil der andern seyn, sich zu *einander* verhalten. —

Combinirt man nun die Fragen aus verschiedenen Uebungen mit einander, so begreifst Du leicht, daß der Thätigkeit des Kindes ein unermeßlicher Spielraum dargeboten wird. Denke Dir nun noch die Combinationen und Uebungen der einfachen und doppelten Bruchtabelle, nebst der Quadratrechnung hinzu, so steht eine unendliche Welt vor Deinem

Blicke, zu deren Besitzer die Pestalozzische Methode Dich und jeden, der Ihrer Leitung mit reinem Herzen sich willig überläßt, selbst Mütter und weibliche Erzieherinnen ganz gewiß bilden wird *), und dieser Methode sollten wir nicht huldigen, ihr, die jeden dahin zu bringen vermag, wohin bis jetzt nur die Monopolisten der Größenkunde, die Mathematiker, gelangten! selbst diese können ihr, sobald sie einmal in den Geist der Methode eingedrungen seyn werden, ihren Beifall nicht versagen, denn alsdann müßten sie einsehen, daß selbst sie weiter gekommen seyn würden, wenn man sie nach dem Gange der Methode unterrichtet hätte. — Da sie ferner durch ihre Tabellen einen Haltungspunkt gibt, der das Kind vor jeder Verirrung bewahret, welches durch Stäbe und Hölzer, deren Pöhlmann und die Lehrer der Leipziger Bürgerschule sich bedienen, nie bewirkt werden wird, so hat sie schon dadurch einen unläugbaren Vorzug vor allen übrigen Methoden, die ich kenne. Kurz, wenn ich diesen Vorzug, so wie den oben erwähnten Vortheil des erleichterten Schulunterrichts und den glücklichen Einfluß, den diese Methode auf den Geist der Kinder nothwendig haben muß, auch ganz allein ins Auge fasse, so muß ich, der Wahrheit gemäß, dieselbe als die vorzüglichste hiemit anerkennen und empfehlen, unbeschadet dem Ruhme und der Achtung, die ich für die Erfinder der übrigen, über den gewöhn-

*) Die Erfahrung im Institute liefert den Beweis dazu schon a posteriori.

lichen Schlendrian sich erhebenden und vor ihm sich vortheilhaft auszeichnenden Methoden hege und stets hegen werde; allein gut ist gut, doch besser ist besser, und rücksichtlos das Bessere anerkennen, wählen und befördern, ist das Eigenthum des freien Geistes. —

Daß sie nicht blos als Elementar-Bildungsmittel, sondern auch in Ansehung der wissenschaftlichen Behandlung ihres Gegenstandes den Vorzug vor den übrigen verdient, indem sie die Kinder in dieser Rücksicht weiter führt; dies zu beweisen, könnte ich Dich schon auf obige Darstellung der Quadratrechnung verweisen. Noch keine Methode erhob die Kinder zu der Kraft, daß sie, ohne Hülfe der Ziffer, ja selbst ohne Kenntniß derselben, die Quadratwurzeln ausziehen, folglich, durch Verbindung der Tabellen, reine quadratische Gleichungen auflösen könnten. Allein, ich will Dir davon einen noch sprechendern Beweis geben, indem ich Dir zeigen werde, wie die Kinder nach dieser Methode, das heißt anschaulich, sogar unreine quadratische Gleichungen im Kopfe auflösen lernen, was die gewöhnliche Arithmetik mit Ziffern, ohne Hülfe der Buchstabenrechnung, nicht vermag. —

VIII.

München-Buchsee den 4. Sept. 1804.

Die Auflösungen solcher Aufgaben werden Dir den Gang am besten deutlich machen, indem ich jetzt voraussetze und voraussetzen darf, daß Du Dir das Vorhergehende zu eigen gemacht haben wirst, folglich Deine innere Anschauungskraft hinlänglich gebildet seyn wird, um bei der geringsten äußerlichen Anregung in Selbstthätigkeit gesetzt zu werden.

Erste Aufgabe: Eine unbekannte Zahl, mehr 2, so oft Mal genommen, als die unbekannte Zahl Einheiten hat, ist = 24; welches ist die unbekannte Zahl?

Auflösung: Um mir die Auflösung anschaulich zu machen, so stelle ich mir die unbekannte Zahl als eine Reihe von kleinen Cubus oder Platten vor (s. Fig. IV. A, B.), deren Anzahl ich nicht kenne; sie ist also eine blinde Linie für mich: diese Reihe oder Linie denke ich mir durch 2 Platten oder Cubus vermehrt (s. a, b), und nun diese um 2 vermehrte Linie so oft Mal genommen, als die Linie an sich Cubus oder Platten enthält, so sehe ich wohl, daß durch das Aufeinandersetzen dieser Rei-

hen ein Rechteck ACEb entsteht, dessen Inhalt = 24 ist, und wovon die Bestandtheile:

1) das Quadrat ACDB, das heißt, das Quadrat der unbekannten Zahl, und
2) das Rechteck BDEb, das heißt, die doppelte unbekannte Zahl selbst ist.

Die zu suchende Zahl ist augenscheinlich die Anzahl Platten, die an der kleinern Seite AC des Rechtecks ACEb sich befinden; demungeachtet kann ich aus diesem Rechtecke ACEb nichts finden; ich muß also suchen, dasselbe entweder ohne oder mit bekannter Inhaltsveränderung auf eine andere Figur zurück zu führen, die mir meine Arbeit erleichtert. Diese Figur ist das Quadrat: denn stelle ich mir die eine Reihe Platten adEb, die gleich ist der unbekannten Zahl, hinweg genommen und an eine der anstoßenden Seiten CD wieder angesetzt vor, so sehe ich deutlich ein: daß ich hiedurch ein Quadrat erhalte, dessen Wurzel gleich ist der unbekannten Zahl, mehr 1, und zu dessen Vollständigkeit nur ein Quadrat (das Quadrat E'Ddm) in die Ecke angesetzt werden darf. Quadratwurzeln auszuziehen weiß ich aus dem Vorhergehenden; das Verhältniß der Wurzel zur unbekannten Zahl gibt mir die Anschauung. Ich habe also jetzt Data genug, um die Aufgabe aufzulösen; wenn ich also 1 oder das Quadrat E'Ddm zu 24, das heißt, zu dem Inhalte des Quadrats ACDB + dem der beiden Rechtecke CbE'D und BDda hinzusetze, so erhalte ich 25, das heißt, ein Quadrat, dessen

Wurzel um eins größer ist, als die unbekannte Zahl; die Wurzel von 25 ist $= 5$; $5 - 1 = 4 =$ der gesuchten Zahl.

Probe: $(4 + 2) \times 4 = 6 \times 4 = 24$.

Zweite Aufgabe: Eine Zahl, mehr 6, so oft Mal genommen, als die Zahl Einheiten hat, ist 40, welches ist die Zahl?

Antwort: 4.

Auflösung: Weil ich durch Anschauung die Aufgabe auflösen will, so mache ich sie mir wieder auf ähnliche Art anschaulich, wie die vorhergehende; hier stelle ich mir also gleichfalls unter der unbekannten Zahl eine Linie vor, an welcher eine, mir bis jetzt noch unbekannte Anzahl Platten (s. Fig. VI. A, B); ferner denke ich mir diese Reihe von Platten um 6 verlängert (s. B, b), und diese verlängerte Linie so oft Mal genommen, als die unbekannte Anzahl Cubus, die der blinden Linie angesetzt werden können, Einheiten hat, so sehe ich ebenfalls deutlich ein Rechteck A C E b sich bilden, bestehend

1) aus dem Quadrate A C D B oder dem Quadrate der unbekannten Zahl, und
2) aus dem Rechtecke B D E b, das heißt, der sechsfachen unbekannten Zahl.

Dieses Rechteck muß ich wieder auf ein Quadrat zu reduciren suchen; das geschiehet, wenn ich die Hälfte des Rechteckes B D E b, das heißt, die Hälfte der sechsfachen unbekannten Zahl, also das Rechteck a d E b, das heißt, die dreifache unbe-

kannte Zahl wegnehme, und an die anstoßende Seite CD angesetzt mir vorstelle; denn alsdann habe ich die längere Seite des Rechtecks um die Hälfte des Unterschieds verkleinert, und diese Hälfte der kleinern Seite angesetzt, folglich beide Seiten einander gleich gemacht; nun hätte ich ein Quadrat, dessen Wurzel um 3 größer ist, als die zu suchende Zahl, und zu dessen Vollständigkeit nur noch 9 zur Ausfüllung der Ecke E'Dd fehlen (dieses gibt die Anschauung unmittelbar). Ich habe also auch hier Data genug. $40 + 9 = 49$; die Wurzel von $49 = 7$; $7 - 3 = 4 =$ der gesuchten Zahl.

Probe: $4 + 6 = 10$; $10 \times 4 = 40$.

Vergleichst Du diese Auflösung und die vorhergehende, so mußt Du eine auffallende Aehnlichkeit finden, nehmlich, daß man, um das Rechteck auf das Quadrat zu reduciren, an der längern Seite des Rechtecks die halbe Anzahl Platten, um die sie größer ist, als die kleinere, hinweg genommen, und der kleinern angesetzt sich vorstellen; daß ferner die dadurch entstandene Lücke, um das Quadrat vollständig zu machen, durch das Quadrat der halben Anzahl Platten, um welche die unbekannte Zahl vermehrt wurde, also im ersten Beispiele durch das Quadrat vom halben Theile von 2, oder von 1, das ist, durch 1, im 2ten Beispiele durch das Quadrat vom halben Theile von 6, oder von 3, das ist durch 9, ausgefüllt werden mußte. Diese Regel abstrahirt sich das Kind sehr bald von selbst; durch die Anschauung prägt sie sich ihm un-

vergeßlich ein. Auch Dir muß sie jetzt schon hinlänglich klar seyn; doch will ich Dir noch an einigen Beispielen, welche die verschiedenen übrigen Fälle enthalten sollen, zeigen, daß diese Abstraction auf alle paßt (daß das, was von kleineren Beispielen gilt, auch von den größern gelte, versteht sich von selbst).

Dritte Aufgabe: Eine Zahl, mehr 3, so oft Mal genommen, als die Zahl Einheiten hat, ist gleich 40, was ist das für eine Zahl?

Antwort: 5.

Auflösung: Auch hier muß ich, um das Rechteck auf ein Quadrat zu reduciren, von der Anzahl Platten, um welche die längere Seite des Rechtecks größer ist, als die kürzere, die Hälfte mir hinweg genommen und an letztere angesetzt vorstellen; wenn ich nun die Lücke in der Ecke mit dem Quadrate von $1\frac{1}{2}$, das ist mit $\frac{9}{4}$, ausfülle, so bekomme ich augenscheinlich ein Quadrat, dessen Wurzel um 1 und $\frac{1}{2}$, oder um $\frac{3}{2}$, größer ist, als die zu suchende Zahl (s. Fig. VII). 40 Ganze $= \frac{160}{4}$; $\frac{160}{4} + \frac{9}{4} = \frac{169}{4}$. Die Wurzel von $\frac{169}{4} = \frac{13}{2}$; $\frac{13}{2} - \frac{3}{2} = \frac{10}{2} = 5 =$ der gesuchten Zahl.

Probe: $(5 + 3) = 8$; $8 \times 5 = 40$.

Nun bleiben noch die Fälle übrig, wo von der zu suchenden Zahl abgezogen wird.

Vierte Aufgabe: Eine Zahl, weniger 2, so oft Mal genommen, als sie Einheiten hat, ist gleich 35, welches ist die Zahl?

Antwort: 7.

Auflösung: Hier denke ich mir ebenfalls unter der unbekannten Zahl eine Linie (s. Fig. VIII. A. B), und stelle sie mir um 2 vermindert vor, so entsteht durch das Nehmen derselben so oft Mal, als die nicht verminderte Zahl Einheiten hat, gleichfalls ein Rechteck, das aber nicht so groß ist, als das Quadrat der unbekannten Zahl, sondern zu dem noch die doppelte unbekannte Zahl fehlt; ich kann also auch kein Quadrat darauf construiren, dessen Wurzel größer als die zu suchende Zahl ist. Da ich dieß nicht kann, so construire ich ein Quadrat, dessen Wurzel um eine bekannte Größe kleiner ist, als die zu suchende Zahl. Da das Rechteck augenscheinlich besteht:

1) aus dem Quadrate ACDb, oder aus einem Quadrate, dessen Wurzel um 2 kleiner, als die zu suchende Zahl ist, und

2) aus dem Rechtecke DHBb, das heißt, aus der doppelten Wurzel dieses Quadrats,

so denke ich mir die Hälfte der doppelten Wurzel, die das Rechteck mHBn enthält, also die einfache Wurzel von ihrer Lage hinweg genommen, und der anstoßenden Seite CD angesetzt, so entsteht ein Quadrat, dessen Wurzel gleich der gesuchten Zahl, weniger 1, ist, und zu dessen Vollständigkeit 1 in der Ecke fehlt. $35 + 1 = 36$; die Wurzel von $36 = 6$; $6 + 1 = 7 =$ der gesuchten Zahl.

Probe: $(7 - 2) \times 7 = 5 \times 7 = 35 =$ der gegebenen Summe.

Fünfte Aufgabe: Eine unbekannte Zahl, — 6, so oft Mal genommen, als sie Einheiten hat, = 55, welches ist die Zahl?

Antwort: 11.

Auflösung: Ich verfahre hier, wie bei der Auflösung der vorhergehenden Aufgabe, und erhalte also ein Rechteck AFGB (s. Fig. IX.), das enthält:

1) das Quadrat ACDB, das ist, das Quadrat der um 6 verminderten unbekannten Zahl.
2) das Rechteck CFGD, das heißt, die sechsfache Wurzel dieses Quadrates.

Denke ich mir nun die Hälfte der in diesem Rechtecke enthaltenen sechsfachen Wurzel, mithin die dreifache Wurzel, das ist, das Rechteck mFGn, aus ihrer Lage hinweg genommen, und an eine der anstoßenden Seiten DB angesetzt, so entsteht auch hier wieder ein Quadrat, dessen Wurzel gleich ist der gesuchten Zahl, weniger 3, und zu dessen Vollständigkeit das Quadrat von 3 = 9 zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke fehlt. 55 + 9 = 64; die Wurzel von 64 = 8; 8 + 3 = 11 = der gesuchten Zahl.

Probe: 11 — 6 = 5; 5 × 11 = 55 = der gegebenen Zahl.

Sechste Aufgabe: Eine unbekannte Zahl, — 5, so oft Mal genommen, als die unbekannte Zahl Einheiten hat, = 24, welches ist die Zahl?

Antwort: 8.

Auflösung: Hier erhalte ich wiederum ein Rechteck (s. Fig. X.), bestehend:

1) aus dem Quadrate der um 5 verminderten unbekannten Zahl,

2) aus der fünffachen unbekannten Zahl.

Das aus der fünffachen unbekannten Zahl bestehende Rechteck denke ich mir nun wieder in zwei gleiche Theile getheilt, und den einen dieser Theile an die anstoßende Seite angesetzt; hiedurch sehe ich wiederum ein Quadrat entstehen, zu dessen Vollständigkeit das Quadrat von $2\frac{1}{2}$, oder von $\frac{5}{2} = \frac{25}{4}$, zur Ausfüllung der Lücke in der Ecke fehlt, und dessen Wurzel = ist der unbekannten Zahl, weniger $\frac{5}{2}$. Ich habe also wieder hinreichende Data zur Auflösung der Aufgabe. $24 + \frac{25}{4} = \frac{121}{4}$; die Wurzel aus $\frac{121}{4} = \frac{11}{2}$; $\frac{11}{2} + \frac{5}{2} = \frac{16}{2} = 8$ = der zu suchenden Zahl.

Probe: $8 - 5 = 3$; $3 \times 8 = 24$ = der gegebenen Zahl.

Ich werde Dir nunmehr einige praktische Beispiele geben.

Siebente Aufgabe: Ein Garten ist 6 Ruthen länger, als breit, und sein ganzer Flächeninhalt beträgt 91 □Ruthen; wie lang und wie breit wird er seyn?

Antwort: 13 Ruthen lang und 7 Ruthen breit.

Auflösung: Ich weiß, daß die Länge des Gartens um eine gegebene Größe, hier 6, größer ist, als die Breite, mithin würde ich die Länge wissen, sobald ich die Breite wüßte; stelle ich mir

den Garten als ein Rechteck vor, so sehe ich deutlich, daß dasselbe bestehet:

1) aus dem Quadrate der Breite,

2) aus einem Rechtecke, gleich der sechsfachen Anzahl Ruthen, welche die Breite enthält.

Nach dem Vorhergehenden kann ich also jetzt die Breite finden, indem ich die Hälfte dieses Rechtecks, das ist, die dreifache Anzahl Ruthen, so die Breite enthält, an die anstoßende Seite angesetzt mir vorstelle, folglich ein Quadrat entstehen sehe, zu dessen Vollständigkeit 9 in der Ecke fehlen, und dessen Wurzel, nach Ausfüllung dieser Lücke = ist der Breite, mehr 3, oder der Länge, weniger 3. $91 + 9 = 100$; die Wurzel von $100 = 10$; $10 - 3 = 7 =$ der Breite; $10 + 3 = 13 =$ der Länge des Gartens.

Probe: $7 \times 13 = 91 =$ dem gegebenen Inhalte.

Achte Aufgabe: Ein Bauer hat ein Stück Landes von 60 Morgen (den Morgen zu 120 □ Ruthen gerechnet), dasselbe ist 4 Mal so lang, als breit, und noch 20 Ruthen darüber; wie lang und wie breit ist dieses Feld?

Antwort: Dieses Feld ist 180 Ruthen lang, und 40 Ruthen breit.

Auflösung: Ich weiß, daß die Länge dieses Stück Landes gleich ist seiner vierfachen Breite, + 20 Ruthen; es stellet also ein Rechteck ACDB dar, dessen Breite eine unbekannte Größe, die Länge aber die vierfache unbekannte Größe, + 20, be-

trägt, dessen ganzer Inhalt folglich das vierfache Quadrat der Breite + 20 Mal der Anzahl Ruthen, welche die Breite beträgt, seyn muß (s. Fig. XI). Das vierfache Quadrat der Breite, A C n m, kann man als ein Quadrat A b c d ansehen, dessen Wurzel A d 2 Mal die Breite ist. Um nun den ganzen Inhalt des Rechteckes A C D B auf ein Quadrat zu reduciren, muß ich das Rechteck m n D B, das ist, die zwanzigfache Anzahl Ruthen, welche die Breite A C enthält, an das Quadrat A b c d angesetzt mir vorstellen; nun ist die Wurzel dieses Quadrats 2 Mal die Breite, folglich muß ich an beide anstoßende Seiten, d c und c b, 4 Mal die Breite ansetzen, also von der zwanzigfachen Breite 5 Breiten; dadurch sehe ich ein Quadrat entstehen, zu dessen Vollständigkeit 25 Ruthen bei der Ecke c, zur Ausfüllung der Lücke, fehlen, und dessen Wurzel, nachdem ich diese Lücke mit dem Quadrate c e f g ausgefüllet habe, gleich ist 2 Mal der Breite + 5; 60 Morgen zu 120 □ Ruthen = 7200 □ Ruthen; 7200 + 25 = 7225; die Wurzel von 7225 = 85; 85 — 5 = 80; 80 = der doppelten Breite; $\frac{80}{2}$ = der einfachen Breite; $\frac{80}{2}$ = 40, gleich der Breite; folglich die Länge = 4 × 40 + 20 = 180.

Probe: 40 × 180 = 7200 □ Ruthen; $\frac{7200}{120}$ = 60 = der angegebenen Anzahl Morgen.

Ich werde nun Vergleichungen zwischen diesem und dem gewöhnlichen algebraischen Verfahren anstellen, um Dich in den Stand zu setzen, die Aehnlichkeit beider Methoden sowohl, als ihre Verschie-

denheit, selbst zu bemerken, zu würdigen, oder wenigstens meine Bemerkungen darüber Dir verständlicher zu machen. —

Die Mathematiker gehen, wie Du weißt, von Erklärungen aus; daher geben sie auch, wenn sie an die Quadratrechnung kommen, zuerst die Erklärung vom Quadrate, die folgendermaßen lautet: Das Produkt einer Zahl in sich selbst ist das Quadrat dieser Zahl; oder sie drücken sich so aus: Eine Zahl mit sich selbst multiplicirt, oder so oft Mal genommen, als die Zahl Einheiten hat, gibt ihr Quadrat. Nennen wir die Zahl A, so ist ihr Quadrat A^2. Wahr ist's, durch diese einzige Erklärung kann ihr Schüler jede Zahl ins Quadrat erheben; denn da er mit Ziffern umzugehen vorher gelernt haben muß, so multiplicirt er jetzt die gegebene Zahl mit sich selbst, und hat freilich ihr Quadrat; aber, wenn wir nun fragen; Weiß er auch, warum eine Zahl, so oft Mal genommen, als sie Einheiten hat, ihr Quadrat giebt? so müssen wir mit Nein antworten, und sein Wissen als blos auf Glauben gebauetes Gedächtnißwerk ansehen.

Vergleiche hiemit die erste Uebung der Quadratrechnung, so wird der Unterschied, der zwischen beiden, im Anfange schon, Statt findet, Dir sogleich klar seyn; daß nehmlich beim gewöhnlichen Verfahren der Mathematiker dem Gedächtnisse des Kindes Etwas (die Erklärung) gegeben wird, so, daß seine Selbstthätigkeit durchaus nichts dabei zu thun hat, nach Pestalozzischer Me-

thode aber dem Kinde nichts gegeben, sondern blos durch äußerliche Anregung seine Selbstthätigkeit in Bewegung gesetzt wird, auf daß es sich nehme; in der That nimmt es sich auch von der vor seinen Augen construirten Quadratenreihe die Erklärung des Quadrats einer Zahl ab: es macht also, im eigentlichen Sinne des Worts, eine Abstraction.

Für einen Andern kann man durchaus nicht Abstractionen machen, weil ein und ebenderselbe Stoff für verschiedene Individuen Verschiedenes zum abstrahiren darbietet. Will man aber doch, daß eine andre Individualität die nehmlichen Abstractionen mache, die man selbst macht, so muß man erst zu bewirken suchen, daß dieselbe am gleichen Stoffe das Gleiche wahrnimmt, was man selbst wahrnimmt; denn alsdann wird ihre Selbstthätigkeit nicht zu nehmen unterlassen, und was sie selbst nimmt, das hat und hält sie fest; was hingegen einem Individuum blos gegeben wird, das liegt ungehalten von seiner Selbstthätigkeit in ihm, und verliert sich leicht gleich einem untauglichen Geschenke, das, seiner Untauglichkeit wegen, an einer Stelle liegend, vom Staube verzehrt, oder blos zur Schau herumgetragen wird.

Beide Methoden haben also in ihrem Anfange das mit einander gemein, daß beide die Einsicht in das Quadrat einer Zahl bezwecken sollen und einigermaßen wollen, unterscheiden sich aber wesentlich dadurch, daß die gewöhnliche Unterrichtsmethode die Erklärung des Quadrats einer Zahl giebt,

gleich einem todten Materiale zu einem künftigen Gebäude, die Pestalozzische hingegen durch die Außenwelt die Selbstthätigkeit des Kindes anzuregen sucht, auf daß es die Erklärung, als Produkt seiner Anschauung, von selbst finde.

Der zweite Schritt, der in der Buchstabenrechenkunst, in Bezug auf die Quadratrechnung geschieht, ist, daß man sagt: Die Wurzel könne man sich aus 2 Theilen bestehend vorstellen, so daß $A = a + b$ sey, folglich $A^2 = [a + b]^2$. Multiplicirt man $[a + b]$ mit $[a + b]$:

$$\begin{array}{l} \quad a + b \\ \quad a + b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad\quad + ab + b^2 \\ \hline \end{array}$$

so erhält man $a^2 + 2ab + b^2$ als Summe der Partialprodukte.

Die Formel, die umgewandelt in Worte, das heißt, wenn a der erste Theil und b der 2te Theil der Wurzel ist, folgendermaßen lautet: Das Quadrat von $[a + b]$ besteht aus dem Quadrate des ersten Theils, mehr dem doppelten Produkte des ersten Theils in den 2ten, mehr dem Quadrate des 2ten Theils.

Da der Zögling die Formel durch die Multiplication richtig entstehen sah, so kann ihm über die Richtigkeit ihrer Umwandlung in Worte kein Zweifel seyn; dennoch behaupte ich mit noch größerer Gewißheit, daß er keine Einsicht in die Sache

selbst hat, und nicht haben kann, weil ihm gleich anfänglich nur Zeichen zur Anschauung dargeboten wurden. Sage selbst, ob es möglich ist, daß, da ihm A^2 als Erklärung gegeben wurde, ohne Hintergrund, das heißt, ohne Anschauung der Sache selbst, jetzt ihm die zusammengesetztere Formel $a^2 + 2ab + b^2$ lebendige Anschauung seyn könne?

Vergleiche hiemit die 2te, 3te und die übrigen hieher gehörigen Uebungen, so wirst Du wohl überzeugt seyn, daß das Kind durch sie wirklich zur Anschauung der Sache geführt wird, indem ihm, wenn es die Wurzel eines Quadrats in 2 Theilen sich vorstellt, das Quadrat in 2 kleinere Quadrate und in 2 gleiche Rechtecke getheilt vor seinen innern Augen steht, doch so, daß sie zusammen das ganze große Quadrat bilden.

Beide Methoden haben also in ihrem 2ten Schritte mit einander gemein: daß sie die Einsicht in die Theile des Quadrats einer Zahl bezwecken, unterscheiden sich aber wesentlich hierdurch, daß die gewöhnliche Unterrichtsmethode diese auf ein Mal und durch Anschauung der Zeichen zu bewirken sucht, aber nicht bewirkt, weil der Gang Naturwidrig ist; die Pestalozzische Methode hingegen sie nach und nach und durch Anschauung der Sache bewirken will und bewirken muß, weil sie Naturgemäß verfährt.

Noch ein Unterschied, der auf den Geist der Kinder ebenfalls seinen Einfluß hat, ist der, daß

nach der gewöhnlichen Methode das Kind nicht einsieht, warum es jetzt das Quadrat einer Zahl in seinen Theilen anzugeben lernt, da es ja schon jede Zahl in ihr Quadrat zu erheben gelernt hat, vermittelst der Formel A^2; bei der Pestalozzischen Methode aber gar wohl den Grund davon einsieht, indem es durch die erste Uebung noch nicht dahin gelangt ist, daß ihm das Quadrat jeder Zahl anschaulich seyn sollte, daher es denn es ganz natürlich finden muß, daß man ihm zeige, wie es sich diese Quadrate nach und nach anschaulich machen könne?

Bevor man bei der gewöhnlichen Methode an die Wurzelausziehung kommt, muß zwar die Formel $a^2 + 2ab + b^2$ erklärt werden; allein schon das, daß diese Erklärung sich gar nicht an das Vorhergehende anschließt, mag Dir ein Beweis der Naturwidrigkeit der Unterrichtsweise hierin seyn.

Eine der Folgen davon, daß das Kind das Band, das mehrere Uebungen verbindet, nicht kennt, ist, daß es sich nicht gern beschäftigt, weil es die Nothwendigkeit und den Mangel nicht fühlt.

Ich fahre in der Darstellung weiter fort, und komme jetzt an die Wurzelausziehung. Die Quadratwurzel aus einer Zahl finden, ist: sie in 2 gleiche Faktoren zerlegen. Soll man z. B. aus 2116 die Wurzel ausziehen, so heißt das so viel, als: eine Zahl finden, die, mit sich selbst multiplicirt, 2116 zum Produkte giebt.

Da die Wurzel davon keine einfache Zahl ist, sondern eine zweitheilige, indem das Quadrat der höchsten einfachen, das heißt, das Quadrat von 9 = 81 kleiner, und das Quadrat der niedrigsten dreitheiligen Zahl, das heißt, das Quadrat von 100 = 10,000 größer als 2116 ist, so weiß ich nach der Formel $a^2 + 2ab + b^2$ daß 2116 besteht: 1stens aus dem Quadrat der Zehner; 2tens aus dem Produkte aus den Zehnern in die Einer zwei Mal genommen; 3tens aus dem Quadrate der Einer. Man kann die Zehner schlechthin als Einer betrachten, nur muß man ihr Quadrat in der Stelle der Hunderte anfangen lassen, und das doppelte Produkt aus ihnen in die Einer in der Stelle der Zehner.

Um die Quadratwurzel aus 2116 zu finden, so zieht man jene Theile nach der Ordnung in ihren Stellen ab:

```
        Quadrat    ‖ Wurzel
          21 | 16  ‖  46
          16 |
       ------|-----
    8)     5 | 1
           4 | 8
       ------|-----
             | 36
             | 36
             |-----
                0
```

Dasjenige Quadrat, welches unter den Quadraten der Einer, nehmlich 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 der Zahl der vorhandenen Hunderte gleich oder nächst kleiner ist, ist das Quadrat der ersten Ziffer der Wurzel. Hier fällt 2100 zwischen

1600 und 2500, also die Wurzel zwischen 40 und 50, und die erste Ziffer ist 4. Man ziehe das Quadrat (1600) ab, und nehme zu den übrigen Hunderten die vorhandenen Zehner (hier Einer). In diesen Hunderten und Zehnern (hier 51) steckt das doppelte Produkt aus den Zehnern in die Einer der Wurzel, oder das Produkt aus dem doppelten 1sten in den 2ten Theil. Dividirt man daher die Zehner mit dem doppelten ersten Theile (hier mit 8), so erhält man den 2ten Theil (hier 6). Man ziehe das doppelte Produkt beider Theile (hier 48) ab, nehme zum vorhandenen Rest (hier 3) die vorhandenen Einer (hier 6), und ziehe nun auch das Quadrat der Einer der Wurzel (hier 36) ab. Bleibt nichts übrig (wie hier der Fall ist), so ist die Wurzel genau gefunden. Wäre jener Rest kleiner, als das Quadrat der Einer, so müßte man den gefundenen 2ten Theil um Eins vermindern. Bleibt, nach Abzug des Quadrats der Einer, noch ein Rest, so muß man, wenn es nöthig ist, die Wurzel noch genauer suchen.

Wenn man zu einer Zahl, z. B. zu 38, eine, zwei oder mehr Nullen fügt, so wird ihr Quadrat um doppelt so viel Nullen vermehrt. Das Quadrat von 38 ist 1444, von 380 = 144400, von 3800 = 14440000 u. s. w.

Ein Quadrat enthält demnach die Quadrate jeder Zahlziffer und die doppelten Produkte aus jeder Ziffer in alle vorhergehenden, als Eine Zahl betrachtet. Theilt man das Quadrat in Classen von

2 Ziffern von der rechten Hand an, weil die oberste Classe linker Hand auch nur eine Ziffer bekommen kann, so steckt in jeder Classe das Quadrat derjenigen Ziffer, die mit der Classe einerlei Stelle hat. Die doppelten Produkte jeder Ziffer der Wurzel in alle vorhergehenden fangen mit der untersten Ziffer linker Hand und derjenigen Classe an, die mit jener Ziffer der Wurzel dieselbe Stelle hat. —

Das Quadrat eines Bruchs, z. B. von $\frac{3}{4}$, ist das Quadrat des Zählers, dividirt durch das Quadrat des Nenners, also $\frac{9}{16}$, denn $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$. Aus einem Bruche die Wurzel zu ziehen, muß man demnach sowohl aus dem Zähler als aus dem Nenner die Wurzel ausziehen.

Ist eine Zahl kein Quadrat einer ganzen Zahl, und will man die Wurzel genauer wissen, so multiplicire man die vorgegebene Zahl mit 100, 10000 oder 1000,000 u. s. f. und dividire sie durch eben diesen Multiplicator, daß sie die Form eines Bruchs erhält. Aus dem Zähler und Nenner ziehe man die Wurzel; dadurch erhält man die Wurzel auf halb so viel Decimalstellen, als man zu der Zahl Nullen gesetzt hat.

Dieß ist, was in Rücksicht auf Wurzelausziehung, nach der gewöhnlichen Unterrichtsweise, gelehrt wird.

Auch bei der Vergleichung der Lehre vom Wurzelausziehen wird die Pestalozzische Methode den Vorzug haben. Das erste, was hier auffallen muß, ist der schöne Uebergang bei letzterer von der

Quadraterhebung zur Wurzelausziehung; wie klar macht sie dem Kinde nicht, was es jetzt lernen soll, welche Klarheit im Begriffe der Wurzel! Es sieht aus der Seite das Quadrat entstehen, und es ist ihm durch die Anschauung selbst klar, daß jede gegebene Wurzel nur ein bestimmtes Quadrat, und jedes gegebene Quadrat nur eine bestimmte Wurzel hat. Allein bei der gewöhnlichen Methode lernt es diesen Begriff nur als Zeichenbegriff, und nicht als Sachbegriff, kennen; sie läßt folglich die Selbstthätigkeit des Kindes unangeregt; denn das Kind kann unmöglich einen Zeichenbegriff sich selbst schaffen, ohne vorher den Sachbegriff zu haben. Die Pestalozzische Methode, deren gesammte Unterrichtsmittel einen bewunderswürdigen Organismus bilden, befriedigt auch hierin die Forderungen der menschlichen Natur; denn, ehe die Lehre der Wurzelausziehung, oder überhaupt der Quadratrechnung, kommt, kennt das Kind theils aus dem A, B, C der Anschauung, theils aus dem Unterrichte in der Geometrie, die Vorzüge des Quadrats schon, indem es alsdann weiß, wie die ebenen Flächen, auf Quadrate reducirt, meßbar werden, und folglich auch die Nothwendigkeit der Auflösung folgender 2 Aufgaben einsieht:

1) aus dem gegebenen Maaße der Seite des Quadrats das Quadrat selbst, und

2) aus dem Inhalte des Quadrats das Maaß der Seiten zu finden.

Ferner wirst Du ebenfalls die Undeutlichkeit des Begriffs von dem Quadrate eines Bruches lange gefühlt haben; ich wenigstens gestehe aufrichtig, daß ich nur erst in meinen spätern Jahren mir hierüber Deutlichkeit verschaffen konnte, und das noch dazu nur mit Mühe.

Seitdem ich aber die Pestalozzische Methode inne habe (welches Zeugniß mir Pestalozzi und alle Lehrer am Institute gaben), sind mir die Zahlenbegriffe klar geworden. Sage selbst, wie hell muß nicht dem Kinde schon beim ersten Male der Begriff vom Quadrat eines Bruchs seyn, z. B. von $\frac{3}{4}$, wenn es auf folgende Art ihn erhält. Hier ist, sagt man ihm, das Quadrat 16, dessen Wurzel 4 ist (siehe Fig. XII), dieses Quadrat enthält die Quadrate a i o m, a s p n und a g h f, welche Theile von ihm sind; so ist a i o m = $\frac{1}{16}$ von a c d b; a s p n = $\frac{4}{16}$, a g h f = $\frac{9}{16}$.

Die Wurzeln dieser Quadrate müssen also auch Theile der Wurzel a b des Quadrats a c d b seyn; so ist denn auch wirklich die Wurzel a m des Quadrats a i o m = $\frac{1}{4}$ der Wurzel a b des Quadrats a c d b, ferner die Wurzel a n des Quadrats a s p n = $\frac{2}{4}$ von a b, die Wurzel a f des Quadrats a g h f = $\frac{3}{4}$ von a b.

Das Quadrat von $\frac{3}{4}$ machen, heißt also auch blos, suchen, welcher Theil vom Quadrate von 4 = 16, das Quadrat von 3 = 9 sey? —

Dieß zeigt man ihm noch an einigen Beispielen, und die Regel: Man quadrire den Zähler und

Nenner des Bruchs, dessen Quadrat man sucht, ist es sich deutlich und klar bewußt, ohne daß es sie noch in Worte fasset.

Kommt es denn zur Lehre der Quadratrechnung mit Ziffern, so wird durch das Aussprechen der Regel blos seine innere Anschauung geformt, und es alsdann Sache und Form zugleich besitzen.

Ein fernerer Vorzug ist, daß es, nach Pestalozz'is Methode, dem Kinde ganz einerlei ist, ob es in Decimal- oder gemeinen Brüchen die Annäherung der Wurzel bestimmen soll, da hingegen nach der gewöhnlichen Methode das Kind blos in Decimalbrüchen die Annäherung anzugeben vermag, oder den gefundenen Decimalbruch erst auf den verlangten Bruch zurückführen, und also einen unnöthigen Umweg machen muß.

Ich schreite nun auch zur Darstellung der gewöhnlichen Behandlung unreiner quadratischer Gleichungen, und will sie Dir ebenfalls durch Auflösung einer der obigen Aufgaben klar zu machen suchen. Es sey die Aufgabe: eine unbekannte Zahl, mehr 2, so oft Mal genommen, als die Zahl Einheiten hat, ist gleich 24, welches ist die Zahl? Nennt man die unbekannte Zahl x, so ist $x + 2$ die um 2 vermehrte unbekannte Zahl, und $x^2 + 2x$ das Produkt der unbekannten Zahl in die um 2 vermehrte Zahl; folglich hat man die Gleichung $x^2 + 2x = 24$. Hier sehe ich aus der Form $x^2 + 2x$, daß dieser Ausdruck kein vollständiges Quadrat ist, sondern daß hiezu noch das Quadrat

des

des 2ten Theils fehlt; diesen 2ten Theil muß ich zu erhalten suchen. Die Formel $a^2 + 2ab + b^2$ zeigt mir: daß, wenn ich mit der doppelten Wurzel des Quadrats a^2, also mit $2a$, in $2ab$ dividire, ich b, das heißt, die Wurzel des Quadrats b^2 erhalte, folglich auch dieß Quadrat erhalten kann. Nun fehlt mir aber in der Gleichung $x^2 + 2x = 24$, um ein vollständiges Quadrat zu erhalten, das Quadrat des 2ten Theils; ich dividire demnach mit der doppelten Wurzel von x^2, das heißt, mit $2x$ in $2x$, so erhalte ich den Quotienten 1 als Wurzel des fehlenden Quadrats, das Quadrat von 1 ist 1. Wenn ich folglich 1 zu beiden Gliedern der Gleichung addire, so mache ich jedes zu einem vollkommenen Quadrat, ohne daß ich ihre Gleichheit aufgehoben hätte. $x^2 + 2x + 1 = 24 + 1 = 25$. Die Wurzeln von beiden ausgezogen, gibt mir die Gleichung $x + 1 = 5$; folglich ist $x = 5 - 1 = 4$.

Alle ähnliche Beispiele lassen sich, wie Du weißt, auf die Form $x^2 + ax = b$ reduziren; daher ihre allgemeine Auflösung:

$$x^2 + ax + (\tfrac{a}{2})^2 = b + (\tfrac{a}{2})^2$$
$$x + \tfrac{a}{2} = \sqrt{[b + (\tfrac{a}{2})^2]}$$
$$x = \sqrt{[b + (\tfrac{a}{2})^2]} - \tfrac{a}{2}$$

Diese letzte Gleichung gibt ihm folgende Regel an die Hand: Er nimmt den halben Theil der Zahl, womit das einfache x multiplicirt ist, und addirt das Quadrat derselben $[\tfrac{a}{2}]^2$ zu dem ihm bekannten Gliede der Gleichung, also zu b, zieht alsdann

von dieser Summe die Quadratwurzel aus, dieß zeigt der Ausdruck $\sqrt{[b + (\frac{a}{2})^2]}$, und zieht von dieser Wurzel den oben schon gefundenen halben Theil der Zahl, womit die unbekannte Zahl multiplicirt worden war, ab, so erhält er die gesuchte Größe.

Nun auch ein Beispiel, bei welchem vom Quadrate der unbekannten Größe abgezogen wird.

Es sey eine Zahl zu finden, die, vermindert um 4, so oft Mal genommen, als sie unvermindert Einheiten hat, = ist 60. x sey die unbekannte Zahl, so erhalte ich $x - 4$ als den andern Faktor des Produkts 60, folglich ist die Gleichung $x^2 - 4x = 60$. Um diese Gleichung auflösen zu können, wird das Kind mit dem Quadrate von $[a - b] = a^2 - 2ab + b^2$ bekannt gemacht, und ihm auch hier gezeigt, daß die Wurzel von b der Quotient der doppelten Wurzel von a^2, also von $2a$ und $2ab$ ist, folglich gleichfalls findbar, nur mit dem Unterschiede, daß in der Wurzel von $a^2 - 2ab + b^2$ b von a abgezogen wird. Dieses angewandt auf vorstehende Gleichung, so erhalte ich durch die Division von $2x$ in $4x$ 2 als Quotienten; dieser ist demnach die Wurzel des Quadrats, das noch fehlt; das Quadrat von 2 ist 4, folglich $x^2 - 4x + 4 = 60 + 4 = 64$. Die Wurzeln aus beiden Gliedern der Gleichung ausgezogen, gibt $x - 2 = 8$,

folglich $x = 8 + 2 = 10$.

Alle ähnliche Beispiele lassen sich auf die Form $x^2 - ax = b$ zurückführen, folglich ist ihre allgemeine Auflösung:

$$x^2 - ax = b$$
$$x^2 - ax + (\tfrac{a}{2})^2 = b + (\tfrac{a}{2})^2$$
$$x - \tfrac{a}{2} = \sqrt{(b + \tfrac{a}{4}^2)}$$
$$x = \sqrt{(b + \tfrac{a}{4}^2)} + \tfrac{a}{2}$$

Diese letzte Gleichung giebt ihm die gleiche Regel an die Hand, welche die vorhergehende allgemeine Formel gab, nur mit dem Unterschiede, daß es in Fällen dieser 2ten Art den halben Theil der Zahl, womit die einfache unbekannte Größe multiplicirt wurde, addirt, und nicht subtrahirt.

Deswegen kann auch folgende Formel für beide Fälle dienen: $x = \sqrt{(b + \tfrac{a}{4}^2)} \pm \tfrac{a}{2}$, in der man nur auf das Zeichen + und — Rücksicht zu nehmen hat, um zu wissen, welches von beiden für die Aufgabe, welche man auflösen soll, paßt. —

Vergleichen wir nun wieder beide Methoden, so wirst Du zwar finden, daß bei beiden Anschauungen zum Grunde liegen; aber, daß sie sich wesentlich dadurch unterscheiden, daß bei der gewöhnlichen Unterrichtsmethode blos die Formel, als Zeichen, dagegen bei der Pestalozzischen Methode das wirkliche Quadrat, also die Sache, angeschaut wird, folglich auch hier wieder der Gegensatz von Zeichen und Sache, von todtem Raisonnement und lebendiger Anschauung, Statt findet, und mit ihm der daraus folgende

Gegensatz des Einflusses, den beide Methoden auf den Geist der Kinder haben. —

Demnach willst du, sagst Du mir vielleicht, das gewöhnliche mathematische Verfahren durchaus verworfen, und die Pestalozzische Methode dafür eingeführt wissen. Sollten denn wohl die Menschen seit so vielen Jahrhunderten alle geirrt haben, da sie der mathematischen Methode den Vorzug einräumten, den sie genießt? Nein, sage ich, sie irrten nicht, und ich will das mathematische Verfahren nicht verworfen wissen, das will Pestalozzi selbst nicht, sondern er will nur, man soll die Anschauung der Sache, der Anschauung und den Operationen in Zeichen vorhergehen lassen. Nicht niederreißen wollte er, sondern das Vorhandene begründen, nicht ein eigenes Gebäude des Unterrichts aufführen, sondern dem bisherigen Unterrichte, in so ferne er wirklich zweckmäßig war, durch eine Erregungskunst des Gemüths, Wahrheit, Wirksamkeit, Haltung, Festigkeit geben; diese Erregungskunst sollte nicht Tadel des Geleisteten, sondern Ersatz des Mangelnden seyn; sie sollte eben so wenig den Pädagogen in den Weg treten, als ihre Verdienste verkleinern, sondern ihnen den Weg bahnen, ihren Arbeiten und Bemühungen eine sichere Basis darbieten, und ihnen Mittel an die Hand geben, der Pädagogik Einheit, Zusammenhang, Nothwendigkeit im Erfolge, und jene organische Einfachheit in ihrem Gange zu verschaffen, welche

durch den geringsten Aufwand von Kraft und Kunst, die größten Resultate hervorbringt.

Jetzt hätte ich Dich, nach meinem Versprechen, noch mit der Cubikrechnung bekannt zu machen; allein mit dieser bin ich noch nicht so im Reinen, daß ich Dir jetzt schon eine umfassende Darstellung davon zu geben vermöchte. Ueberdieß hat Ladomus selbst, derjenige der Lehrer, der sich hauptsächlich hiemit beschäftigt, bis jetzt erst die anschauliche Behandlung der reinen Cubischen Gleichungen gefunden. Noch hats ihm mit den unreinen cubischen Gleichungen nicht glücken wollen; dennoch hofft man hier, daß er sie finden werde, indem es ihm durch die glückliche Idee, sich bei der Bearbeitung der quadratischen Gleichungen beweglicher *) Quadrate (denn nichts, als dieß, sind ihm hiezu die Cubus oder Platten) zu bedienen, gelang, die Auflösung der unreinen quadratischen Gleichungen zu finden, welches er anfänglich selbst nicht glaubte, der hohe, einfache Krüsi ihm aber im voraus prophezeite. Diese Prophezeiung hielt ich psychologisch für zu merkwürdig, als daß ich Dich nicht hätte damit bekannt machen sollen; denn sie ist ei-

*) Der Lehrer Schmidt hatte schon vor Ladomus, durch Hülfe verzeichneter Quadrate, die Quadraterhöhung und Wurzelausziehung gelehrt; also mit Verbindung der Einheiten- und Bruchtabellen die Auflösung reiner quadratischer Gleichungen gezeigt. — Ladomus aber gab den kleinen Cubus oder Platten den Vorzug, wegen ihrer Bewegbarkeit, und der daraus bei der Differenzaufgabe fließenden größern Anschaulichkeit, und kam dadurch auf die Auflösung unreiner quadratischer und reiner cubischer Gleichungen.

ner der sprechendsten Beweise, zu welcher Höhe von Vernunftkraft die Pestalozzische Methode denjenigen, der ihren Geist auffaßt, zu erheben vermag; und gehören nicht die Einsicht in die Consequenz der Dinge und die Vorhersehung der Resultate dieser Consequenz zu den Produkten der höhern Vernunftthätigkeit? Alles, was nach Pestalozzi's Geiste gethan wird, entspringt aus der Idee des Ganzen, als aus dem obersten Grundsatze. Jedem Einzelnen seiner Elementarformen läßt sich das absehen, daher ihr hoher Organismus, der, völlig analog der Produktionskraft der äußern Natur zu ihren Erscheinungen, das Innere des Menschen eben so lückenlos als nothwendig entwickelt. — Betrachte einmal selbst das Gemeinsame der obigen Uebungen, so wirst Du finden, daß des Kindes gesammte Aufmerksamkeit immer gleich stark in Anspruch genommen wird; denn zuerst werden Quadrate seinen Augen vorconstruirt, und ihm das Nöthige vorgesagt, welches es nachsagen muß, wobei es also zugleich sieht, hört und spricht; das zweite ist, daß man es selbst die Quadrate construiren und darüber sprechen läßt, welches mehr bewirkt, als eine bloße Wiederholung, weil es dabei nicht auf die nehmliche Art thätig ist, und jeder Gegenstand sich desto besser einprägt, mit je mannichfaltigerer Thätigkeit er aufgefaßt wird. Bei diesem zweiten Akt muß das Kind sich des Geschehenen und Gehörten erinnern, und dasselbe nachconstruiren und nachsagen; das dritte ist, daß man durch Fragen zu er-

fahren sucht, was das Kind durch die zwei vorhergehenden Akte aufgefaßt hat, und das Aufgefaßte begründe und übe, um es so auf die folgende Uebung vorzubereiten. —

Freund! Es sollte mich freuen, wenn ich durch diese Briefe Dich von der Consequenz, der Vollendung und Vortrefflichkeit der Pestalozzischen Methode überzeugt hätte, denn dann dürfte ich hoffen, ihre allgemeine Einführung durch Dich empfohlen, sie in Deinem Wirkungskreise angeordnet, und mithin ihren wohlthätigen Einfluß über ganze Generationen verbreitet zu sehen. Sollte ich Dich aber nicht überzeugt haben, so schreibe es nicht der Methode, sondern meiner Darstellung zu, die da nicht vermochte, Dir einen ähnlichen Hintergrund von Erfahrungen hierüber zu verschaffen, als ich in mir trage; hätte ich das vermocht, so würde ich bewirkt haben, was ich bewirken wollte, bei Dir und jedem, der Sinn für die Thatsachen hat, in denen die menschliche Natur sich ausspricht, und der diese rein ins Auge zu fassen und sie frei, das heißt, nicht nach angenommenen Systemen, zu beurtheilen Selbstständigkeit genug besitzt. Auf alle Fälle darf ich mit Gewißheit voraussetzen, Dir wenigstens durch meine bisherige Darstellung ein taugliches Mittel zu eignen Versuchen gegeben zu haben, und fordre von Dir, als von einem vorurtheilsfreien Manne, daß Du diesen Gebrauch davon machst, um durch Resultate, durch eigne Beobachtungen in den Stand gesetzt zu werden, bestimmter über sie

urtheilen zu können, als Du es nach meiner, der Natur der Sache nach, trocknen Darstellung vermagst. Ich schließe mit Pestalozzi's eignen Worten in der Vorrede zum 2ten Hefte der Zahlenverhältnisse:

„Diese Ordnung aller Anschauungen in solche Reihenfolgen, und dieses Ineinandergreifen derselben zur wechselseitigen Unterstützung ihrer Zwecke, ist das ganze Geheimniß meiner Methode — ich heiße es den Mechanismus derselben. Aber, indem wir die Kunst dieses Ineinandergreifens aller Mittel der intellektuellen Elementarbildung erschöpft, und den Mechanismus, oder, wenn ihr wollt, den Organismus der Methode vollendet glaubten, so reifte mitten im Drange der vielseitigen Versuche, durch die wir dieses bewerkstelligten, eine große Erfahrung, die uns mit der Allmacht vor Augen liegender Thatsachen zeigte, daß das Ineinandergreifen der Kräfte der Menschennatur einen weit größern Spielraum hat, als die einseitig ins Auge gefaßten Schranken der intellektuellen Bildung zu erheischen scheinen, daß dieses Ineinandergreifen der menschlichen Kräfte, von dem Uebergewicht der Sinnlichkeit und der daraus entkeimenden Neigungen und Gewohnheiten bald mehr, bald weniger zerstört, zerrüttet und gehemmt werde, und daß dadurch der ganze Erfolg aller Mittel der intellektuellen Bildung von der Ungeschwächtheit der sittlichen Kräfte der menschlichen Natur abhängig ist; sie zeigte uns mit der ganzen Kraft vor Augen liegender Thatsachen,

daß besonders die Anschauungslehre der Zahlenverhältnisse, die die kraftvolle Unschuld des unverdorbenen Kindes mit einer Erstaunen erregenden Leichtigkeit faßt — vom verdorbenen und sittlich erschlafften Kinde schwer gefaßt wird, und sich auf eine eben so besondere Art, je nachdem die sittliche Erschlaffung zunimmt, in seinem Geiste wieder auslöscht *). Und warum, fragte ich mich jetzt selbst, setzt die Methode allgemein, besonders aber in ihrer Lehre von den Zahlenverhältnissen, unzerstörte, unzerrüttete, unverwirrte und ungehemmte Kräfte voraus? Warum vorzüglich die Harmonie unserer Anlagen unter sich selbst? Weil sie das Vorstellungsvermögen des Kindes in seinem ganzen Umfange in Anspruch nimmt. Was durch die Anschauung gegeben wird, muß die Einbildungskraft im Ganzen und theilweise tief und fest auffassen; was die Einbildungskraft tief und fest auffaßt, muß durch alle Stufengänge der Uebung zum klarsten und geläufigsten Bewußtseyn des Gedächtnisses kommen; was

*) Dieses ist eine durch wiederholte Erfahrungen im Institute außer allem Zweifel gesetzte Wahrheit, die mir auch für unsere öffentlichen Schulen von großer Wichtigkeit scheint. Der aufmerksame Lehrer ist dadurch in den Stand gesetzt, es augenblicklich zu wissen, wenn irgend einer seiner Schüler das Opfer heimlicher Sünden zu werden Gefahr läuft, und dadurch, daß er dieses sogleich und mit Gewißheit weiß, wird es ihm möglich werden, den Jüngling zu retten, wo es noch Zeit ist, und, was noch wichtiger ist, der weiteren Verbreitung des Uebels vorzubauen. Ich bemerke hier noch, daß Vergehungen dieser Art die einzigen sind, bei denen Pestalozzi Schläge eintreten läßt, weil er glaubt, daß körperliche Untugenden und Angewöhnungen, daß der Reiz der Sinne, durch Mittel, die auf die Sinne unmittelbar wirken, durch körperlichen Schmerz, gehoben werden müssen.

zum klarsten und geläufigsten Bewußtseyn des Gedächtnisses gekommen ist, muß der Verstand nach bestimmten Merkmalen zergliedern, und nach eben so bestimmten Analogien wieder verbinden, um sich der ganzen Kettenfolge der Resultate zu bemächtigen.

Wie sind aber diese Operationen der Seele möglich, wenn die Kräfte des Geistes und des Herzens des Kindes schon zerstört, zerrüttet, gehemmt und verdorben, und wenn eine verkehrte Unterrichtsweise dasselbe wesentlich schon unfähig gemacht hat, sich dieser Kettenfolge von Resultaten zu bemächtigen, die eine Folge von Operationen der Seele sind; eine Unterrichtsweise, die sich entweder damit begnügte, das Gedächtniß mit einem Wust von Namen und Sachen zu überladen, ohne die Wechselwirkung dieser Seelenkraft mit der Einbildungskraft, die lediglich auf Anschauung beruhet, zu beachten und zu benutzen, oder wohl gar alle Entwicklungsstufen des menschlichen Geistes überspringend, unmittelbar den Verstand des Kindes in Anspruch nahm, und ihn, wie unverdaulich auch die Speise war, mit lauter Gedankenhülsen, mit trocknen Analysen der Begriffe, mit Definitionen und Distinktionen übersättigte? Wie sind diese Operationen der Seele möglich, wenn jeder Gedanke, wenn jede Schlußfolge, so leicht sie auch aus dem Mechanismus der Anschauungstabellen hervorgehen, dem Kopfe eine peinliche Anstrengung ist, weil das Gleichgewicht der geistigen und sittlichen Kräfte

durch habituell gewordene, thierisch verhärtete Ansichten aller Gegenstände gänzlich zerrüttet ist?

Je weniger die Verkrüpplung, Verhärtung und Erschlaffung der menschlichen Seele, dem Gange dieser, wesentlich auf die Veredlung unsrer Natur hinzweckenden, Erziehungsmittel zu folgen im Stande sind, desto mehr segne ich die Stunde, die mich überzeugt hat, daß durch die gleichförmig und gleichzeitig unterhaltene und stufenweise verstärkte Thätigkeit des menschlichen Vorstellungsvermögens in seinem ganzen Umfange eine höhere, der Menschennatur wesentlich genugthuende Erziehung unsers Geschlechts möglich gemacht wird; und wenn Menschen diesem Lichte und dieser Liebe entgegen stehen, wenn sie glauben, daß ihre Kinder nur nach Formen rechnen und denken lernen können, die nicht das volle Leben der ungeschwächten menschlichen Vorstellungskraft in Anspruch nehmen, sondern auf einem thierischen Mechanismus des Wortgedächtnisses und aufgedrungener Verstandsformeln beruhen, so tröstet mich das Bewußtseyn, daß diese Leute durch den Kontrast der Folgen ihrer Maaßregeln mit den Folgen der meinigen selber zu den Uebungen gelangen werden, daß ihre Kinder allein deswegen, weil sie einer engherzigen und beschränkten Erziehungsweise schon unterlagen, oder weil sie schon sittlich zu Grunde gerichtet sich nicht zu derjenigen Kraft erheben können, die die Kettenfolge meiner Methode und Tabellen sowohl voraussetzt, als bildet.

Männer des Menschengeschlechts! Es ist gelungen, wir können und werden jetzt dahin kommen, in allen Verhältnissen und in allen Lagen den guten Weizen einmal mit Sicherheit von der schlechten Spreu sichten zu können. Das Kind der Unschuld, das in den Hütten der Armuth das Heiligthum großer Kräfte rein erhalten, und zum vielseitigsten und geschicktesten Gebrauch in allen Berufsarten und Gewerben erhalten sieht, wird sich meiner Methode freuen, ihr Licht wird, ihr Licht muß in die Hütten der Menschen dringen, denen ein ungünstiges Schicksal, oder vielmehr der Irrthum und Hohn des Zeitgeistes, jeden Lichtstrahl der an Wahn und Gold geketteten, selbstsüchtigen Erziehungskunst verschloß. Die Methode ist die Methode der Mütter, sie ist nicht die Methode des Goldes, sie ist nicht einmal die Methode der Einsicht, sie ist die Methode des Willens und der Unschuld. Diese ist die einzige Gewährleisterin der Kraft, die das Kind zu ihrer leichten Erlernung braucht.

Männer des Menschengeschlechts! Die Unverdorbenheit des Kindes giebt ihm im Lernen der Formen der Anschauungslehre der Zahlenverhältnisse vor dem sittlich verdorbenen und sittlich entkräfteten Kinde ein Uebergewicht, dessen Erfahrung mich, wie noch keine Erfahrung meines Lebens, den Gott anbeten heißt, der die Weisheit des Lebens mit festen, ewigen Banden an die Tugend des Lebens angekettet hat.

Männer meines Zeitalters! Ich habe über den Gegenstand nicht geredet, bis ich erfahren. Männer des Menschengeschlechts! Ihr werdet auch nicht darüber reden, bis ihr erfahren!"

Dieses Letztere sey denn auch Dir und allen denen gesagt, die es mit der Menschheit redlich meinen: Urtheile nicht, bis Du selbst erfahren hast, und unterlasse nicht, selbst zu erfahren, damit Du urtheilen könnest! — Es ist möglich, daß das, was ich Dir über die Methode und ihren Werth sagte, noch immer Dich nicht vollkommen überzeugt hat, daß Dir die aufgestellten Resultate unglaublich scheinen, bis daß Du sie mit eignen Augen sehen, bis daß die Erfolge unter Deinen Augen gehörig angestellter Versuche Deinen Unglauben überwinden werden. Ich wiederhole daher meine Bitte, daß Du in Deinem Wirkungskreise, so wie jeder Vorurtheilsfreie in dem seinigen, Versuche anstellen mögest. Wähle dazu je 10 und 10 Knaben oder Mädchen von 6 bis 8, oder von 8 — 12 Jahren, welche noch nicht rechnen, höchstens zählen können; die einen lasse durch einen fähigen Lehrer auf die gewöhnliche Weise im Rechnen unterrichten; die andern durch einen Lehrer, von dem ich vor allen Dingen ein reines Herz und guten Willen fordre, der durch Dich selbst oder durch irgend einen Sachkundigen *) mit dem Gange der Methode

*) Am rathsamsten würde es seyn, einen jungen Mann, der die angegebenen Eigenschaften besitzt, auf ein halbes Jahr hieher nach Buchsee zu senden; ist Dir aber das zu weitläuftig, oder zu

bekannt gemacht seyn wird, nach Pestalozzi's Weise. Dann vergleiche von Zeit zu Zeit den Erfolg beider Behandlungsarten. Vielleicht wird es Dir im Anfange, das heißt, in den ersten 4 bis 8 Wochen, scheinen, als ob die auf die gewöhnliche Art Unterrichteten größere und schnellere Fortschritte machten; allein schon in der ersten Periode werden die Letzteren von den Ersteren sich durch Selbstthätigkeit und Munterkeit auszeichnen. Je langsamer nun die Letzteren im Anfange fortzuschreiten scheinen, desto schneller und sicherer werden ihre Fortschritte in der zweiten Periode seyn, und desto auffallender werden nun die Ersteren hinter diesen zurückbleiben. Noch auffallender aber, und noch entscheidender für Pestalozzi's Methode wird die Wirkung seyn, welche sie unfehlbar auf die Entwickelung der Seelenkräfte der nach ihr behandelten Kinder, selbst auf ihr Gemüth, kurz auf ihr ganzes Wesen, hervorbringen wird.

kostbar, so sende ihn nach meiner Rückkehr zu mir, ich glaube, daß ich im Stande seyn werde, ihn bald dahin zu führen, daß er Kinder nach Pestalozzi's Methode unterrichten könne.

Maaßverhältnisse.

IX.

München-Buchsee den 24. Jul. 1805.

Ich wende mich nunmehr zu einem Theile der Methode, der mit der Anschauungslehre der Zahlverhältnisse unzertrennlich verbunden ist, und mit ihm gewissermaßen gleichen Schritt hält, den ich aber dennoch, um die Darstellung beider Theile nicht gegenseitig zu unterbrechen, von demselben trennen mußte. Ich meine die Anschauungslehre der Maaßverhältnisse.

Auch dieser Theil der Methode hat seit der Erscheinung der Elementarbücher durch die Versuche und Erfahrungen, die man unterdessen machte, sehr gewonnen: man faßt nehmlich den Gegenstand, die Form, unabhängiger von der Zahl ins Auge, als vorher in praktischer Hinsicht geschah; denn in theoretischer Hinsicht hat Pestalozzi in seiner Gertrud S. 223 ganz bestimmt diese Formanschauung angegeben, indem er sagt: „Aus dem Bewußtseyn meiner Anschauung geformter Dinge entspringt die Meßkunst; diese ruht aber immediat auf einer Anschauungskunst, welche wesentlich von dem einfachen Erkenntnißvermögen eben so, wie von der einfachen Anschauungsweise der Dinge gesondert werden muß.“ — Es ist auch ganz natürlich; denn

da das Messen nichts als ein Vergleichen ist, so muß ich doch vorher die Formen erst an sich, als Formen, kennen, ehe ich ihre Größe vergleichen kann. — Man lehrt jetzt das Kind zuerst die Form als reine Form anschauen, ehe es zur Anschauung der Größenverhältnisse der Formen geführt wird. Niederer in seiner ersten Erklärung in der Litteratur-Zeitung deutet schon auf eine Construktionenlehre hin.

Zur Anschauung der Form gehört:

1) das Vermögen, sichtbare Gegenstände, der Form nach, ins Auge zu fassen, und diese Form zu bezeichnen;

2) das Bewußtseyn der Form, als eines selbstthätig hervorgebrachten Gegenstandes, mit der Uebung dieser innern Selbstthätigkeit, so wie der Fertigkeiten des Auges und der Hand, und der Kraft, die Größenverhältnisse gegebener Formen zu bestimmen; hieran schließt sich unmittelbar der Unterricht in der Geometrie an.

Daß diese zwei Stücke ebenfalls organisch in einander greifen, eins das andere vorbereitet, und hinwiederum von diesem im eigenen Fortschreiten unterstützt wird, brauche ich wohl für jetzt nicht weiter auseinander zu setzen, da Du das wohl zum Theil schon von selbst einsehen wirst, und es Dir durch die Darstellung der Unterrichtsweise in obgenannten zwei Stücken, zu der ich jetzt übergehe, noch einleuchtender werden wird.

Zur Formanschauung wird das Kind schon durch das Buch der Mütter vorbereitet; im Geiste dieses Buchs der Mütter werden ihm vielseitig Gegenstände gezeigt, die bald viereckig, bald rund, bald lang, bald breit, bald schmal sind; es wird darauf hingeleitet, diese Eigenschaften ins Auge zu fassen, zu bemerken, zu unterscheiden; dadurch wird schon zum voraus ein dunkles Bewußtseyn der klaren Begriffe erzeugt, die durch das Erlernen der Kunstansicht nachher in ihm entwickelt werden müssen.

Hierzu hat man im Institute einen Vorrath mathematischer Körper von den verschiedensten Gestalten, eine immer zusammengesetzter, als die andre. An diesen Körpern müssen die Kinder benennen und angeben, was in Ansehung der Flächen, Linien, Winkel bemerkt werden kann. Dieses geschieht, wie schon gesagt, ganz im Geiste des Buchs der Mütter, und ich möchte beinahe sagen: es ist eine bloße Anwendung des Ganges desselben auf die Form. Wie dort, so liegt auch hier den Bemerkungen und Fragen über das Bemerkbare ein Typus zum Grunde, dessen Einrichtung eines Theils auf die Entwickelungsgesetze des menschlichen Geistes, andern Theils auf die Natur des Gegenstandes selbst gebaut ist. Z. B. wenn der Lehrer über das Bemerkbare an einem Cubus ausgefragt hat, so spricht er, den Cubus in der Hand haltend und immer alles zeigend, folgendes vor, welches die Kinder taktmäßig nachsagen, und dadurch das, was sie

einzeln bemerkten, im Zusammenhange auffassen, und so ordnungsvoll sich einprägen:

An einem Cubus sieht man Flächen, Linien und Winkel.

I. In Ansehung der Flächen sieht man

1) sechs Flächen;
2) sechs ebene Flächen;
3) sechs ebene Flächen, wovon jede durch gerade Linien begrenzt ist;
4) sechs ebene Flächen, wovon jede durch vier gerade Linien begrenzt ist;
5) sechs ebene Flächen, wovon jede durch vier gerade gleiche Linien begrenzt ist;
6) sechs ebene Flächen, wovon jede durch vier gerade, gleiche, rechtwinklicht mit einander verbundene Linien begrenzt ist;
7) sechs Quadrate;
8) sechs gleiche Quadrate;
9) sechs gleiche Quadrate, wovon immer die zwei gegenüberstehenden gleichlaufend sind;
10) sechs gleiche Quadrate, wovon immer zwei gegenüberstehende gleichlaufend, und mit den vier übrigen rechtwinklicht verbunden sind.

II. In Ansehung der Linien sieht man

1) zwölf Linien;
2) zwölf gerade Linien;
3) zwölf gerade gleiche Linien;

4) zwölf gerade gleiche Linien, wovon jede einzelne mit drei andern gleichlaufend ist;

5) zwölf gerade gleiche Linien, wovon jede einzelne mit drei andern gleichlaufend, und an ihren Endpunkten mit vier andern verbunden ist;

6) zwölf gerade gleiche Linien, wovon jede einzelne mit drei andern gleichlaufend, und an ihren Endpunkten mit vier andern rechtwinklicht verbunden ist.

III. In Ansehung der Winkel sieht man: A) Linien-Winkel, B) Flächen-Winkel, C) körperliche Winkel.

A. Linien-Winkel:

1) vier und zwanzig Linien-Winkel;
2) 24 gleiche Linien-Winkel;
3) 24 gleiche rechte Linien-Winkel;
4) 24 gleiche rechte Linien-Winkel, wovon immer drei einen gemeinschaftlichen Scheitel haben;
5) 24 gleiche rechte Linien-Winkel, wovon immer drei einen gemeinschaftlichen Scheitel und alle gleiche Schenkel haben.

B. Flächen-Winkel:

1) zwölf Flächen-Winkel;
2) 12 gleiche Flächen-Winkel;
3) 12 gleiche rechte Flächen-Winkel;

4) 12 gleiche rechte Flächen-Winkel, wovon immer vier eine Fläche gemeinschaftlich haben;

5) 12 gleiche rechte Flächen-Winkel, wovon immer vier eine Fläche gemeinschaftlich haben, und alle durch gleiche Flächen gebildet sind.

C. Körperliche Winkel:

1) acht körperliche-Winkel;

2) 8 gleiche körperliche Winkel;

3) 8 gleiche rechte körperliche Winkel;

4) 8 gleiche rechte körperliche Winkel, wovon immer vier eine Fläche gemeinschaftlich haben;

5) 8 gleiche rechte körperliche Winkel, wovon immer vier eine Fläche gemeinschaftlich haben, und alle durch gleiche Flächen gebildet sind.

6) 8 gleiche rechte körperliche Winkel, wovon immer vier eine Fläche gemeinschaftlich haben, und alle durch drei gleiche Flächen gebildet sind.

So verfährt er ebenfalls bei andern Körpern, z. B. beim Tetraëder, hier sagt er: An einem Tetraeder sieht man Flächen, Linien und Winkel.

I. In Ansehung der Flächen sieht man:

1) vier Flächen;

2) 4 ebene Flächen;

3) 4 ebene Flächen, wovon jede durch gerade Linien begrenzt ist;
4) 4 ebene Flächen, wovon jede durch drei gerade Linien begrenzt ist;
5) 4 ebene Flächen, wovon jede durch drei gerade gleiche Linien begrenzt ist;
6) 4 gleichseitige Dreiecke;
7) 4 gleichseitige gleiche Dreiecke;
8) 4 gleichseitige gleiche Dreiecke, wovon keines mit dem andern gleichlaufend ist;
9) 4 gleichseitige gleiche Dreiecke, wovon keines mit dem andern gleichlaufend, aber jedes mit allen unmittelbar verbunden ist;
10) 4 gleichseitige gleiche Dreiecke, wovon keines mit einem andern gleichlaufend, aber jedes mit allen unmittelbar spitzwinklicht verbunden ist;
11) 4 gleichseitige gleiche Dreiecke, wovon keines mit einem andern gleichlaufend, aber jedes mit allen unmittelbar spitzwinklicht gleichwinklicht verbunden ist.

I. In Ansehung der Linien sieht man:

1) sechs Linien;
2) 6 gerade Linien;
3) 6 gerade gleiche Linien;
4) 6 gerade gleiche Linien, wovon keine mit der andern gleichlaufend ist;

5) 6 gerade gleiche Linien, wovon keine mit der andern gleichlaufend, aber jede mit vier andern verbunden ist;

6) 6 gerade gleiche Linien, wovon keine mit der andern gleichlaufend, aber jede an ihren Endpunkten mit vier andern spitzwinklicht verbunden ist;

7) 6 gerade gleiche Linien, wovon keine mit der andern gleichlaufend, aber jede an ihren Endpunkten mit vier andern spitzwinklicht gleichwinklicht verbunden ist.

III. In Ansehung der Winkel sieht man:

A. 1) zwölf Linien-Winkel;

2) 12 gleiche Linien-Winkel;

3) 12 gleiche spitze Linien-Winkel;

4) 12 gleiche spitze Linien-Winkel, wovon immer drei einen gemeinschaftlichen Scheitel haben;

5) 12 gleiche spitze Linien-Winkel, wovon immer drei einen gemeinschaftlichen Scheitel, und alle gleiche Schenkel haben.

B. 1) sechs Flächen-Winkel;

2) 6 gleiche Flächen-Winkel;

3) 6 gleiche spitze Flächen-Winkel;

4) 6 gleiche spitze Flächen-Winkel, wovon immer drei eine Fläche gemeinschaftlich haben;

5) 6 gleiche spitze Flächen-Winkel, wovon immer drei eine Fläche gemeinschaftlich haben, und

alle durch gleiche Flächen gebildet sind.

C. 1) vier körperliche Winkel;

2) 4 gleiche körperliche Winkel;

3) 4 gleiche spitze körperliche Winkel;

4) 4 gleiche spitze körperliche Winkel, welche durch gleich viele Flächen gebildet sind;

5) 4 gleiche spitze körperliche Winkel, welche durch gleich viele gleiche Flächen gebildet sind;

6) 4 gleiche spitze körperliche Winkel, welche durch gleich viele gleiche Flächen gebildet sind, und wovon immer drei eine Fläche gemeinschaftlich haben.

Nachdem der Lehrer auf diese Art zwei Körper mit den Kindern durchgegangen hat, so nimmt er beide Körper, und läßt

1stens aufsuchen: Was sie in Ansehung der Flächen, Linien und Winkel gemeinschaftlich haben, und dann:

2tens das, wodurch sie sich in Ansehung der Flächen, Linien und Winkel von einander unterscheiden.

Hat er durch Fragen und Vorzeigen sowohl die gemeinschaftlichen, als auch die unterscheidenden Merkmale ihnen einzeln abgelockt, so spricht er ihnen, die beiden Körper in der Hand haltend, und alles vorzeigend, alles einzeln vor, welches die Kinder gleichfalls taktmäßig nachsagen.

Ein Cubus und ein Tetraeder haben, in Ansehung der Flächen, mit einander gemein:

1) daß beide durch ebene Flächen begrenzt sind;
2) daß beide durch ebene geradlinicht begrenzte Flächen begrenzt sind;
3) daß beide durch ebene, geradlinicht begrenzte gleiche Flächen begrenzt sind;
4) daß beide durch ebene, geradlinicht begrenzte, gleiche, gleichwinklicht mit einander verbundene Flächen begrenzt sind.

Mißverstehe ja nicht die Ausdrücke gleich und gleichwinklicht mit einander verbunden. Anfänglich möchten sie Dir doch unrichtig scheinen; allein die Ausdrücke haben nur Bezug auf die Flächen eines der Körper, nicht beider Körper. Der Cubus wird durch Quadrate begrenzt, die unter sich gleich sind, und der Tetraeder durch gleichseitige Dreiecke, welche ebenfalls nur unter sich gleich sind, ob sie wohl an Inhalt dem Quadrate eines bestimmten Cubus gleich seyn können; allein die Anschauung dieser Größenverhältnisse liegt außer dem Zwecke gegenwärtiger Uebungen.

Beide Körper haben also doch das mit einander gemein, daß jeder für sich durch gleiche Flächen begrenzt ist, und so viel will der obige Ausdruck, daß beide durch gleiche Flächen begrenzt sind, sagen. Das Nehmliche gilt auch für den Ausdruck gleichwinklicht mit einander verbunden.

Nun giebt der Lehrer auch auf dieselbe Art die unterscheidenden Merkmale an; hier sagt er ihnen: Der Cubus und der Tetraeder unterscheiden sich

I. in Ansehung der Flächen von einander dadurch, daß

1) der Cubus durch sechs, und der Tetraeder durch vier Flächen begrenzt ist;

2) der Cubus durch 6 Quadrate, und der Tetraeder durch 4 gleichseitige Dreiecke begrenzt ist;

3) der Cubus durch 6 Quadrate begrenzt ist, wovon die gegenüberstehenden einander gleichlaufend (parallel) sind, und der Tetraeder durch 4 gleichseitige Dreiecke, wovon keines mit dem andern gleichlaufend ist;

4) der Cubus durch 6 Quadrate begrenzt ist, wovon die gegenüberstehenden mit einander gleichlaufend, und nicht alle unmittelbar mit einander verbunden sind, der Tetraeder im Gegentheile durch 4 gleichseitige Dreiecke, wovon keines mit dem andern gleichlaufend, aber alle unmittelbar mit einander verbunden sind;

5) der Cubus durch 6 Quadrate begrenzt ist, wovon die gegenüberstehenden mit einander gleichlaufend, nicht alle unmittelbar mit einander verbunden sind, und lauter rechte

Winkel bilden, der Tetraeder im Gegentheil durch 4 gleichseitige Dreiecke, wovon keines mit dem andern gleichlaufend, aber alle unmittelbar mit einander verbunden sind, und lauter spitze Winkel bilden.

Der Cubus und der Tetraeder haben

II. In Ansehung der Linien mit einander gemein:

1) daß beide gerade Linien haben;
2) daß beide gerade gleiche Linien haben;
3) daß beide gerade gleiche Linien haben, wovon jede mit vier andern verbunden ist;
4) daß beide gerade gleiche Linien haben, wovon jede mit vier andern gleichwinklicht verbunden ist.

Der Cubus und der Tetraeder unterscheiden sich in Ansehung der Linien dadurch, daß

1) der Cubus zwölf Linien, der Tetraeder sechs Linien hat;
2) der Cubus 12 Linien, wovon jede einzelne mit 3 andern gleichlaufend ist; der Tetraeder 6 Linien, wovon keine mit der andern gleichlaufend ist;
3) bei dem Cubus die Linien rechtwinklicht, und bei dem Tetraeder spitzwinklicht verbunden sind.

Der Cubus und der Tetraeder haben

III. in Ansehung der Winkel mit einander gemein:

1) daß beide Linien-, Flächen- und körperliche Winkel haben;

2) daß beide gleiche Linien-, Flächen- und körperliche Winkel haben;

3) daß bei beiden immer 3 Linien-Winkel einen gemeinschaftlichen Scheitel haben;

4) daß bei beiden immer 3 Linien-Winkel einen gemeinschaftlichen Scheitel und alle gleiche Schenkel haben;

5) daß bei beiden die Anzahl der Linien-Winkel doppelt so groß ist, als die Anzahl der Linien, indem der Cubus 12 Linien und 24 Linien-Winkel, der Tetraeder 6 Linien und 12 Linien-Winkel hat;

6) daß beide eben so viele Flächen-Winkel als Linien haben;

7) daß bei beiden jeder Flächen-Winkel durch unter sich gleiche Flächen gebildet ist;

8) daß bei beiden die Anzahl der körperlichen Winkel gleich ist $\frac{2}{3}$ der Anzahl Linien. (Der Cubus hat 12 Linien und 8 körperliche Winkel; der Tetraeder hat 6 Linien und 4 körperliche Winkel.)

9) daß bei beiden die körperlichen Winkel durch gleich viele Flächen gebildet sind;

10) daß bei beiden die körperlichen Winkel durch gleich viele unter sich gleiche Flächen gebildet sind.

Der Cubus und der Tetraeder unterscheiden sich

I. in Ansehung der Winkel dadurch, daß
1) der Cubus doppelt so viel Linien-, Flächen- und körperliche Winkel hat, als der Tetraeder;
2) der Cubus lauter rechte, und der Tetraeder lauter spitze Winkel hat;
3) beim Cubus die Flächen und körperlichen Winkel durch Quadrate, beim Tetraeder aber durch gleichseitige Dreiecke gebildet sind.

Wie entwickelnd diese Uebungen sind, muß Dir von selbst einleuchten, indem nicht allein das Bemerkungsvermögen, sondern auch die Modificationen desselben, Witz und Scharfsinn der Kinder, hiedurch entwickelt, geübt und gestärkt werden. Ersteres, indem sie angeben, was sie an dem Körper sehen, und letztere, indem sie Vergleichungen mehrerer Körper machen, und hiebei das Gemeinschaftliche und Unterscheidende herausheben.

Haben die Kinder hinlänglich sich geübt, immer 2 Körper zu vergleichen, so läßt man sie dann nur das Unterscheidende angeben, oder man macht es so, wie in der Naturgeschichte, daß man die Körper classificiret, da denn der Classencharacter nicht mehr angegeben zu werden braucht.

Durch das Vorsprechen und Vorzeigen des Lehrers wird dem Gedächtnisse der Kinder das, was sie selbst fanden, ordnungsvoll eingeprägt, und mit ihm eine Grundform, ein Typus, nach welchem sie alle ähnliche Gegenstände ansehen und vergleichen.

Letzteres wird gerade durch das bezweckt, was Manchem zwecklos scheinen mag, nehmlich, daß man beim Vorsprechen und Vorzeigen bei jedem Zusatze das Vorhergehende wieder mit vorsagt und mit vorzeigt; denn nur so erhält das Kind die Norm als Eigenthum in sich, weil es dieselbe von der Sache selbstthätig sich verschafft hat.

Was helfen auch alle, nicht selbst ergriffene Regeln? Die Lehrer der Jugend haben nur zu sorgen, daß sie ihren Schülern hinlängliche Anschauungen darbieten, in welchen die Regeln für sie sichtbar sind; das frühere oder spätere Ergreifen dieser Regeln hängt freilich von der Verschiedenheit der Individualitäten ab; allein ergreifen muß sie einmal jede, und so selbst ergriffen, nicht gegeben, wird alsdann auch die Regel ein Ermunterungsmittel der Selbstthätigkeit seyn, indem sie derselben einen neuen Spielraum anweiset. Die gegebene Regel, ohne die Sache, ist hingegen eine Beschränkung der freien Selbstthätigkeit, indem letztere nur durch die gegebene Norm, die Sache anzusehen, gezwungen wird, und ihr folglich die unmittelbare Anschauung versagt ist.

Der Cubus und Tetraeder werden Dir zu dem Endzwecke, um nun auch bei andern Körpern den Gang selbst zu finden, hoffentlich genügen; doch lege ich Dir hier den Typus bei, nach welchem Ladomus diese Uebungen mit der geübtern Classe seiner Schüler hierin vornahm.

An den Körpern kann in Ansehung der Form bemerkt werden:

A. Flächen;
  a) deren Anzahl,
  b) Art.

In Ansehung der Ebenheit:

1) eben,
2) uneben,
   a) regelmäßig uneben, wie Kegel, Cylinder und Kugelflächen;
   b) unregelmäßig uneben.

In Ansehung der Begrenzung:

1) geradlinicht begrenzte:
   a) vollkommen regelmäßige Flächen:
      α) das gleichseitige Dreieck;
      β) das Quadrat;
      γ) die regelmäßigen Vielecke;
   b) unvollkommen regelmäßige Flächen:
      α) das gleichschenklichte Dreieck;
      β) die übrigen 3 Parallelogrammen;
      γ) symmetrische Figuren, die nicht vollkommen regelmäßig sind;
2) krummlinicht begrenzte:
   a) regelmäßig:
      α) Cirkel;
      β) Ellipsen rc.
   b) unregelmäßig:
3) gemischtlinicht begrenzte:
   a) von geraden, und regelmäßig krummen Linien;

b) von

b) von geraden, und unregelmäßig krummen Linien.

A) Gleichheit und Aehnlichkeit:

a) Gleichheit
1) aller Flächen,
2) verschiedener Flächen,
a) der gegenüberstehenden,
b) der abwechselnden.

b) Ungleichheit
1) in Ansehung der Ebenheit,
2) in Ansehung der Begrenzung.

c) Aehnlichkeit
1) aller Flächen,
2) verschiedener Flächen,
a) der gegenüberstehenden,
b) der abwechselnden.

d) Unähnlichkeit
1) in Ansehung der Ebenheit,
2) in Ansehung der Begrenzung.

B) Wechselseitige Lage:

1) parallel,
2) nicht parallel,
a) mittelbar } verbunden.
b) unmittelbar } verbunden.

C) Verbindungsart:

1) gleichwinklicht,
a) rechtwinklicht,
b) spitzwinklicht,

c) stumpfwinklicht, und zwar in allen drei Fällen erhabene, erhabene und hohle Winkel machend;

2) ungleichwinklicht:

a) regelmäßig ungleichwinklicht, das heißt, so, daß gleich sind

α) die gegenüberstehenden,

β) die abwechselnden Winkel;

b) unregelmäßig ungleichwinklicht.

B. Linien:

a) Anzahl,

b) Art;

1) gerade,

2) krumme;

a) regelmäßig krumme:

α) Cirkel,

β) Ellipsen ꝛc.

b) unregelmäßig krumme.

c) Gleichheit:

1) aller Linien,

2) verschiedener Linien,

a) der abwechselnden,

b) der gegenüberstehenden.

d) Ungleichheit;

e) Aehnlichkeit;

1) aller Linien,

2) verschiedener Linien,

a) der abwechselnden,

b) der gegenüberstehenden.

f) Unähnlichkeit;

g) Wechselseitige Lage:
  1) parallel,
  2) nicht parallel,
    a) mittelbar } verbunden.
    b) unmittelbar } verbunden.

h) Verbindungsart:
  1) gleichwinklicht,
    a) rechtwinklicht,
    b) spitzwinklicht,
    c) stumpfwinklicht;
  2) ungleichwinklicht:
    α) die gegenüberstehenden } einander gleich.
    β) die abwechselnden } einander gleich.
      a) regelmäßig ungleichwinklicht,
      b) unregelmäßig ungleichwinklicht.

C. Winkel.

a) Linienwinkel:
  1) Anzahl,
  2) Art.

In Ansehung der Schenkel, an sich:
  a) mit geraden Schenkeln,
  b) mit krummen Schenkeln,
    α) mit regelmäßig krummen,
    β) mit unregelmäßig krummen,
  c) mit geraden und krummen Schenkeln.

In Ansehung der Neigung der Schenkel:
  a) spitze,
  b) stumpfe,
  c) rechte.

3) Gleichheit
   a) aller Winkel,
   b) verschiedener Winkel,
      α) der abwechselnden,
      β) der gegenüberstehenden.
4) Ungleichheit.
5) Wechselseitige Lage:
   a) parallel,
   b) nicht parallel.

b) Flächenwinkel:
   1) Anzahl,
   2) Art.

In Ansehung der Flächen:

a) durch ebene Flächen
b) durch unebene Flächen
α) regelmäßig unebene } gebildet.
β) unregelmäßig unebene
c) durch ebene und unebene Flächen

In Ansehung der Neigung der Flächen:

a) spitze,
b) rechte,
c) stumpfe.

3) Gleichheit
   a) aller Winkel,
   b) verschiedener Winkel,
      α) der abwechselnden,
      β) der gegenüberstehenden,
4) Ungleichheit.

5) Wechselseitige Lage:
1) parallel,
2) nicht parallel.

c) Körperliche Winkel:
1) Anzahl,
2) Art.

In Ansehung der Flächen an sich:
a) durch ebene } Flächen gebildet.
b) durch unebene }
c) durch ebene und unebene }

In Ansehung der Neigung der Flächen:
a) spitze,
b) stumpfe,
c) rechte.

In Ansehung der Anzahl der Flächen, deren Zusammentreffung ihn bilden:
a) durch 3 } Flächen gebildet.
b) durch 4 }
c) durch 5 rc. }

Den Ungeübtern bringt er erst durch häufige Anschauung der mathematischen Körper die Begriffe von ebenen, nicht ebenen, geradlinicht begrenzten, krummlinicht begrenzten und gemischtlinicht begrenzten Flächen; von Linien-, Flächen- und körperlichen Winkeln, sammt den Unterarten, das ist, rechten, spitzen und stumpfen Winkeln, bei: dann läßt er sie die Körper nach diesen Begriffen unterscheiden und classificiren; geht einzelne Flächen auf ähnliche Art durch, wie oben die Körper, z. B.

1) das Quadrat ist eine ebene Fläche;

2) das Quadrat ist eine ebene Fläche, welche durch gerade Linien begrenzt ist;
3) das Quadrat ist eine ebene Fläche, welche durch vier gerade Linien begrenzt ist;
4) das Quadrat ist eine ebene Fläche, welche durch 4 gerade gleiche Linien begrenzt ist;
5) das Quadrat ist eine ebene Fläche, welche durch 4 gerade gleiche rechtwinklicht mit einander verbundene Linien begrenzt ist.

Ferner:
1) Eine Rhomboide ist eine ebene Fläche;
2) eine Rhomboide ist eine ebene Fläche, welche durch gerade Linien begrenzt ist;
3) eine Rhomboide ist eine ebene Fläche, welche durch vier gerade Linien begrenzt ist;
4) eine Rhomboide ist eine ebene Fläche, welche durch 4 gerade, schiefwinklicht mit einander verbundene Linien begrenzt ist;
5) eine Rhomboide ist eine ebene Fläche, welche durch 4 gerade, schiefwinklicht mit einander verbundene Linien begrenzt ist, wovon nur immer die gegenüberstehenden einander gleich sind.

Das Quadrat und die Rhomboide haben mit einander gemein:
1) daß beide ebene Flächen sind;
2) daß beide ebene, geradlinicht begrenzte Flächen sind;

3) daß beide ebene geradlinicht begrenzte Flächen sind, wovon immer 2 Seiten einander gleich und gleichlaufend sind.

Das Quadrat und die Rhomboide unterscheiden sich von einander dadurch, daß:

1) das Quadrat durch lauter gleiche Linien begrenzt ist, bei der Rhomboide nur die gegenüberstehenden einander gleich sind;

2) das Quadrat durch rechtwinklicht mit einander verbundene Linien begrenzt wird, und die Rhomboide durch schiefwinklicht verbundene.

An den gegebenen Beispielen magst Du Dir den Gang dieser Uebungen abnehmen. Ich habe nur noch hinzuzufügen, daß dieser Unterricht die hiesigen Zöglinge ungemein ergötzt, und ich glaube, er müß, bei einiger Lebhaftigkeit des Lehrers, alle Kinder ergötzen. — Ich will es einmal versuchen, Dir eine der Anfangslectionen zu beschreiben.

Der Lehrer stellt die Körper vor sich hin auf den Tisch, so daß alle Kinder sie sehen können, sagt zu jedem den Namen, also, indem er den Cubus hinstellt: ein Cubus; indem er den durch 6 Rhomben begrenzten Körper, das heißt, den Rhomboeder, hinstellt: ein Rhomboeder, und so bei jedem: ein Tetraeder, eine vierseitige Pyramide, ein Kegel, ein dreiseitiges Prisma, ein Parallelepipedum, ein zwölfseitiges Prisma, ein Cylinder, eine Kugel ꝛc. Ist dieses geschehen, so fragt der Lehrer eines der Kinder z. B.: welcher Körper von diesen ist der Ke-

gel? Hier zeigt der Knabe entweder auf diesen hin, oder er bezeichnet durch Angabe der Umgebungen die Stelle genau, indem er sagt: derjenige Körper ist der Kegel, der zwischen der vierseitigen Pyramide und dem dreiseitigen Prisma steht.

Nachdem der Lehrer so herumgefragt hat, so wendet er die Frage um, und sagt z. B. auf das Parallelepipedum zeigend: Wie heißt dieser Körper, der zwischen dem drei- und dem zwölfseitigen Prisma stehet? Durch diese Fragen versichert er sich erst, ob die Kinder mit dem Namen die richtige Sache, und umgekehrt: mit der Sache den richtigen Namen verbinden? Hat er sich überzeugt, daß dieses der Fall ist, so sagt er: Gesetzt, ich wüßte den Namen dieser Körper nicht, ihr könntet auch nicht darauf hindeuten, und dennoch sollte ich euch den Rhomboeder geben: wie würdet ihr euch mir so verständlich machen, daß ich euch, nach eurer Angabe, nichts anders, als den Rhomboeder geben könnte?

Ein Knabe. Von der rechten Hand an gezählt ist es der zweite Körper (jetzt ergreift mit allem Vorbedachte der Lehrer den zweiten Körper von seiner Rechten an gezählt, der also der zweite Körper von der linken Seite des Schülers an gezählt ist).

Knabe. Nicht dieser zweite, sondern der zweite von der andern Seite an gezählt.

Lehrer. Du sagtest, von der Rechten an gezählt der zweite; dieß ist meine Rechte, folglich

habe ich ganz deiner Angabe gemäß dir den Körper gereicht. Du siehst also, daß du dich noch nicht bestimmt genug ausgedrückt hast (sich an die übrigen Kinder wendend): Wie hätte er sich wohl ausdrücken müssen?

Antwort: Es ist der zweite Körper von meiner Rechten und deiner Linken an gezählt.

Hat nun der Lehrer auch solche örtliche Bestimmungen, deren es mehrere giebt, z. B. der nächste, weiteste von der Tischecke, vom Tischrande, vom Dintenfasse ꝛc., welche die Knaben gewöhnlich angeben, angenommen und berichtigt, so sagt er ihnen: Eure Antworten sind wohl richtig, aber könnt ihr mir wohl den Rhomboeder bestimmen, ohne auf die rechte oder linke Seite, Nähe oder Ferne zu sehen?

Knabe. Ich will den Körper von dir haben, welcher durch vierseitige ebene Flächen begrenzt ist.

Jetzt reicht der Lehrer ihm z. B. eine vierseitige abgekürzte Pyramide hin, und sagt: Hier hast du deinen Rhomboeder. O! da solltest Du den Jubel und das Streben der Knaben, sich richtig auszudrücken, sehen!

Knabe. Der Körper, der durch sechs gleiche Vierecke begrenzt ist.

Nun reicht ihm der Lehrer den Cubus hin, und sagt: Da hast du jetzt einen andern Rhomboeder.

Neuer Jubel, neues Streben, bis sie endlich sagen, daß sie den Körper haben wollen, welcher

durch 6 gleiche, schiefwinklichte Vierecke begrenzt ist. Der Lehrer kann sie nun nicht mehr mißverstehen, sondern muß ihnen geben, was sie verlangen; — o! das ist erst eine Freude, deren Quelle, wie Du wohl von selbst einsehen wirst, das Frohgefühl ihrer Kraft ist.

Hat der Lehrer solcher Uebungen mehrere vorgenommen, so sagt er ihnen: Ihr seht wohl, daß, um sogleich bestimmt irgend einen der Körper angeben zu können, ohne den Namen zu nennen, ihr alles das angeben müßt, was ihn von allen übrigen unterscheidet. Um das zu können, müßt ihr aber erst wissen, was ihr an ihm und an den übrigen sehen könnt; ihr müßt das Gesehene vergleichen, und auf diese Art finden, was er mit jenen Gemeinschaftliches hat, und was ihn von ihnen unterscheidet. Wir wollen nun diese drei Stücke einzeln mit einander durchgehen.

Nun fährt er fort, wie weiter oben schon angeführt worden ist. — Es ist ein wahres Vergnügen, auch diesen Stunden beizuwohnen und die naturgemäße Behandlung des menschlichen Geistes zu beobachten; daß sie naturgemäß ist, davon zeuget schon die Munterkeit und fröhliche Aufmerksamkeit der Kinder. Nur da, wo sich der Geist frei bewegen kann, findet freie Entwickelung desselben Statt. Was heißt auch eigentlich auf irgend ein Individuum entwickelnd wirken anders, als: die Beschränkung seiner Freiheit vermindern, als: ein Stellen in solche Verhältnisse, die ihm die freie

Aeußerung seiner Thätigkeit verstatten; — und dazu dienen doch wirklich psychologisch-gereihete Anschauungen der Sache mehr, als aller Formeln- und Wortkram.

Freund! wenn ich bedenke, durch welche Formeln der menschliche Geist, nach der gewöhnlichen Erziehungsweise, sich durchzuwinden und durchzuarbeiten hatte, um zur lebendigen Anschauung der Sache zu gelangen, so blutet mir mein Herz über die Kräfte, die in diesem Kampfe verloren gingen, anstatt zum Wohle der Menschheit angewandt zu werden. Auf der andern Seite muß ich aber staunen, daß der menschliche Geist noch zu leisten vermochte, was er wirklich leistete. Ach! was hätte er leisten können, wenn seine Kraft ihrer Natur gemäß entwickelt, geübt und gebildet worden wäre! Doch Geschehenes läßt sich nicht ungeschehen machen; aber daß es künftig nicht mehr geschehe, dazu das Seinige beitragen, besonders bei einem so heiligen Gegenstande, wie der der Erziehung, ist Pflicht eines Jeden.

Nachdem die Kinder auf diese Art einen hinlänglichen Hintergrund von Anschauung der Formen in sich haben, so ist für sie der Schritt zum Bewußtseyn der Formen, als eines selbstthätig hervorgebrachten Gegenstandes, so wie zu der Uebung dieser innern Selbstthätigkeit und zur Erlangung der Fertigkeiten des Auges und der Hand, ferner die Kraft, die Größenverhältnisse der For-

men zu bestimmen, ganz natürlich, und er schließt auch unmittelbar an erstern sich an.

Jetzt können die Kinder zwar an den Körpern angeben, durch welche Flächen sie begrenzt sind, welche Winkel diese unter sich, der Art nach, bilden, das heißt, ob stumpfe, spitze oder rechte; ferner: welche Linien an ihnen sichtbar sind, welche Verbindung diese unter sich haben u. s. w.; allein sie sehen noch nicht so recht ein, wie die Flächen, Linien und Winkel zusammenhängen, wie eins das andere bestimmt, und warum sie so, und nicht anders beschaffen seyn können? Auch dieses einzusehen, sollen und müssen sie nun lernen, damit sich ihre Anschauungskraft gleich Anfangs gewöhne, nicht blos am Aeußern zu kleben, sondern in den innern, nothwendigen Zusammenhang zu dringen, das Wesen der Sache zu schauen. Dazu müssen sie aber Flächen und Linien einzeln betrachten, ihre Entstehungsarten sich vorstellen, und ihre mannichfaltigen Verbindungen unter und mit einander vergleichen. Allein da man, wie die Kinder aus dem Vorhergehenden wissen, Flächen, Linien und Punkte nicht allein, für sich, sondern nur an und vermittelst Körpern sehen und wahrnehmen kann, so müßte man alle die Körper, an denen sie sich vorfinden, selbst haben. Um dieser großen Unbequemlichkeit abzuhelfen, hat man Zeichen erfunden, welche die wirklichen Punkte, Linien und Flächen vorstellen. Daher, sagt denn der Lehrer,

wollen auch wir die Zeichen kennen, verfertigen und gebrauchen lernen.

Aus dem Ebengesagten wirst Du einsehen, wie lückenlos sich der Unterricht in den Zeichen an den Vorhergehenden anreiht, und wie herrlich auf diese Art den Kindern die Nützlichkeit und Nothwendigkeit der Zeichen fühlbar gemacht wird. — Nur so können Zeichen Erregungsmittel der Selbstthätigkeit seyn, nur so kann ihre Kenntniß nützen, nur so ihr Gebrauch kraftentwickelnd werden. — Hier in den Zeichen muß der Lehrer nothwendig den umgekehrten Weg gehen, den er bei der Uebung in der Anschauung der Körper nahm; dort lehrte er sie erst die Flächen, als Grenzen der Körper, dann die Linien als Grenzen der Flächen, und endlich die Punkte als Grenzen der Linien kennen, das heißt, er zerlegte den Eindruck, den der Körper auf sie machen mußte, in die einzelnen Bestandtheile, um sie dann wieder richtig an andern Körpern auffinden zu können; aber jetzt ist die Aufgabe umgekehrt, denn nun soll das Kind aus den Bestandtheilen des Eindrucks der Körper denselben entstehen sehen lernen, und zwar durch Zeichen; es muß folglich auch erst das Zeichen des einfachsten Bestandtheils des Eindrucks der Körper, das heißt, es muß also hier erst das Zeichen des Punktes kennen, und dann die übrigen sich allmählig verschaffen lernen. Der Lehrer sagt ihm: Man stellt sich einen Punkt durch ein Zeichen vor, das nur so viel Ausdehnung in Länge, Breite

und Dicke hat, als nöthig ist, dem Auge sichtbar zu seyn. (Indem der Lehrer das sagt, macht er mit der Kreide auf der schwarzen hängenden Tafel einen Punkt, und wenn er von Linien spricht, Linien; kurz, seine Hand folgt seinen Worten, und bestätiget die Wahrheit derselben.) Die Kinder machen auf der Schiefertafel ebenfalls einen Punkt. Der Lehrer fragt sie hierauf: Was habt ihr gemacht?

Antwort: Wir haben das Zeichen eines Punktes gemacht.

Nun fährt er weiter fort (indem er von dem Punkte aus eine Linie ziehet), und sagt: Wenn man ein solches Zeichen eines Punktes von einem Orte zum andern bewegt, so entsteht das Zeichen einer Linie, das heißt, eine Ausdehnung mehr oder minder beträchtlich in die Länge, aber nur so viel in die Breite und Dicke, als nöthig ist, dem Auge sichtbar zu seyn. Die Kinder zeichnen ebenfalls eine Linie auf ihre Tafel; der Lehrer fragt dann wieder: Was habt ihr gemacht?

Antwort: Wir haben das Zeichen einer Linie gemacht, das heißt, eine Ausdehnung mehr oder minder beträchtlich in die Länge, aber nur so viel in die Breite und Dicke, als nöthig ist, dem Auge sichtbar zu seyn.

Nun fragt er: Was habt ihr haben und thun müssen, um solche Zeichen zu verfertigen? Ich will hier nicht in die Zwischenfragen und Antworten eingehen, weil ich das hier nicht so interessant dar-

zustellen vermöchte, als es anzuhören ist. Kurz, er lockt ihnen ab, daß sie

1) etwas haben müssen, womit sie die Zeichen machen;
2) etwas, worauf sie die Zeichen machen;
3) ihre Hand, die es macht.

Nun geht der Lehrer noch weiter ins Detail, und macht ihnen durch Fragen ꝛc. folgendes verständlich: Die Materien, womit solche Zeichen gemacht werden, sind theils nasse, wie z. B. Dinte, theils trockne, wie Kreide, Schieferstifte, Reisblei ꝛc. Da erstere gar nicht, und letztere sehr unbequem mit bloßen Händen zu gebrauchen sind, so hat man darauf gedacht, dieser Unbequemlichkeit abzuhelfen, indem man Stiele oder Handhaben für diese Materien erfand. So entstanden nach und nach die Einrichtungen der Federn, Bleistifte, Reisfedern ꝛc.

Das, worauf solche Zeichen gemacht werden, sind eigentlich Flächen. Weil wir aber diese nicht allein, sondern nur als Grenzen der Körper in der Wirklichkeit haben können, so gebraucht man Körper dazu, wie Schiefertafeln, Papier ꝛc.

Indem man eine der obengenannten Materien auf den Flächen solcher Körper hinbewegt, so reiben sich beide entweder wechselseitig ab, wie z. B. ein Schieferstift (Griffel) auf einer Schiefertafel, oder das Abreiben geschieht nur von einer Seite, wie dieses der Fall ist bei der Bewegung eines Bleistiftes auf Papier.

Das Abgeriebene bleibt bei fortgesetzter Bewegung zurück, und macht dadurch den Weg, den der bewegte Körper genommen hat, sichtbar. Dieser sichtbare Weg ist nun das Zeichen einer Linie.

Man braucht also, um solche Zeichen machen zu können, drei Hauptstücke:

1) Einen Körper, der bewegt wird, das sind Dinte in Federn, Kreide, Griffel, Tusche in der Reißfeder.

2) Einen Körper, auf dem der erste Körper hinbewegt wird, und welche beide Körper sich entweder zugleich, oder wenigstens einer den andern so abreibt, daß die Spuren seines Ganges sichtbar sind; das sind Papier, Pergament, Holz und Schiefertafeln.

3) Eine Kraft, die den ersten Körper bewegt: das ist die Hand.

Du siehst, wie gleich vom Anfange an das Bewußtseyn der Kinder in Anspruch genommen wird, indem ihnen durch das Vorhergehende die Mittel zum Thun anschaulich aus einander gesetzt werden *), und

*) Auch bei diesem Theile der Methode habe ich eigne Erfahrungen gemacht über die Schwierigkeiten, die man zu überwinden hat, wenn den Kindern die ersten Anfangsgründe beigebracht werden sollen. Wer dieses nicht selbst durch Unterrichtgeben versuchte, der kann sich von der Ungelehrigkeit des menschlichen Geistes bei den Grundanfängen gar keinen Begriff machen. Es gehört eine eigne Gewandtheit dazu, und es ist wohl keinem Zweifel unterworfen, daß eigentliche Elementarlehrer seltner zu finden sind, als Lehrer für Gymnasien und gelehrte Schulen. Offenbar ist auch ihnen das schwierigste Geschäfte in der Erziehung und dem Unterrichte zugetheilt, daher ich es schlechterdings nicht billigen kann, wenn

und folglich das Wie und Was desselben ihnen begreiflicher seyn muß. —

Nachdem der Lehrer sich versichert hat, daß die Kinder den Unterschied zwischen Linien und Linienzeichen richtig aufgefaßt haben, sagt er ihnen: Der Kürze wegen hat man aber doch diese Punkt- und Linienzeichen schlechthin Punkte und Linien genannt; also wollen auch wir es thun. Nun wollen wir sehen, auf wie vielerlei Weise ein Punkt von einem Orte zum andern bewegt werden kann. Einmal läßt er sich auf dem nächsten Wege nach dem Orte hinbewegen, wohin er soll: hier muß er also immer dieselbe Richtung beibehalten, sein Weg ist folglich gerade.

Dann kann er auf einem längeren Wege sich bewegen, und zwar auf dreierlei Art:

a) wenn er seine Richtung alle Augenblicke verändert;

b) wenn er nur dann und wann seine Richtung verändert; und

c) wenn er abwechselnd bald irgend eine Richtung einige Zeit beibehält, bald wieder alle Augenblicke seine Richtung ändert.

Die Linie, die er im ersten Falle beschreibt, heißt krumme, die des zweiten Falls gebrochene, die des dritten Falls gemischte Linie. Die gebrochene Linie ist also eine aus mehreren ge-

wenn Männer, die sich diesem verdienstlicher Geschäffe mit Treue und Ausdauer widmen, vernachläßigt und zurückgesetzt werden.

raden Linien, die nicht gleiche Richtung haben, zusammengesetzte Linie, und die gemischte ist aus geraden und krummen Linien zusammengesetzt.

Der Lehrer zeichnet die Linien an der Tafel vor, läßt sie nachzeichnen, und fragt die Kinder: Welches ist die gerade, krumme, gebrochene und gemischte Linie? Hier geben sie auch anfänglich örtliche Bestimmungen, z. B. die erste, zweite, dritte, vierte Linie u. s. w. Sind diese berichtigt, so müssen sie ihm die Linien auch vermittelst der sie characteristrenden Eigenschaften angeben lernen. Hier lehrt er sie finden, daß

1) bei der geraden Linie alle Theile gleiche Richtung haben;
2) daß sie den kürzesten Weg von einem Punkte nach dem andern, also die eigentliche Entfernung, darstellt;
3) daß ihre Richtung durch zwei Punkte, also Richtung und Größe durch ihre zwei Endpunkte bestimmt sind.

Als Gegensatz finden sie, daß eine krumme Linie diejenige ist:

1) in welcher jeder Theil eine andere Richtung hat;
2) die nicht den kürzesten Weg zwischen zwei Punkten darstellt;
3) deren Richtung durch mehr als zwei Punkte, also ihre Richtung und Größe durch mehr als ihre Endpunkte bestimmt werden muß. Daß also zwischen

zwei Punkten nur eine einzige gerade, aber eine Menge krummer Linien gezogen werden können.

Hat er auf diese Weise den Kindern die Beschaffenheit der geraden Linie, in so ferne sie unverbunden und für sich besteht, durch den Gegensatz der krummen Linie vor Augen gelegt, und ihnen ihre Ansichten, ohne Rücksicht auf ihre weiteren Anwendungszwecke, zum klaren Bewußtseyn gebracht, so fängt er an, die geraden Linien als wagrecht, senkrecht und schräg; die schrägen zuerst als fallend und steigend, und dann als rechts und links steigend, rechts und links fallend, zu zeichnen und zu benennen.

Nun folgen die Zeichnungsübungen und die damit verbundenen Redeübungen über die Linien, gerade so, wie sie im ersten Hefte der Anschauungslehre der Maaßverhältnisse angegeben sind. Demnach läßt man die Kinder, natürlich aus freier Hand, zeichnen:

1) blos wagerechte Linien, ohne auf ihre bestimmte Länge, wohl aber auf ihre gerade Richtung, zu sehen;
2) gleiche wagerechte Linien;
3) wagerechte Linien, die nicht alle gleich, wovon auch nicht immer eine länger, als die andere, sondern bald eine länger, bald eine kürzer ist;
4) nach dem bestimmten Verhältnisse, nach welchem sie auf der Anschauungstabelle stehen,

das heißt, sie müssen die zweite 2 Mal so lang, als die erste, die dritte 3 Mal so lang, als die erste — — — — bis: die zehnte 10 Mal so lang, als die erste machen.

Hier sagt der Lehrer: Ich ziehe eine wagerechte Linie.

Die Kinder (thun dasselbe alle zugleich, und sprechen:) Ich ziehe eine wagerechte Linie.

Lehrer. Habt ihr es gethan?

Kinder. Ja!

Lehrer. Was habt ihr gethan?

Kinder. Eine wagerechte Linie gezogen.

Dann der Lehrer: Ich ziehe unter diese Linie eine zweite wagerechte Linie, die so lang ist, als die erste.

Kinder (sagen nach:) Ich ziehe ꝛc.

Lehrer. Habt ihrs ꝛc.

Kinder. Ja.

Lehrer. Was habt ꝛc.

Kinder. Eine zweite ꝛc.

Ferner Lehrer: Ich verlängere diese zweite Linie um so viel, daß sie noch ein Mal so lang wird, als sie jetzt ist.

Lehrer. Habt ihrs ꝛc.

Kinder. Ja.

Lehrer. Was ꝛc.

Kinder. Ich ꝛc. ꝛc. ꝛc. die zweite wagrechte Linie um so viel verlängert, daß sie noch ein Mal so lang geworden ist, als sie vorher war.

Lehrer. Ich ziehe unter der zweiten Linie eine dritte wagrechte Linie, die so lang ist, als die zweite.

Kinder. rc. rc. rc.

Lehrer. Ich verlängere die dritte Linie um so viel, daß sie so lang wird, als 3 Mal der halbe Theil der zweiten rc. rc. rc.

Eben so wird die vierte Linie angegeben, daß sie so lang wird, als 4 Mal der dritte Theil der dritten, die fünfte so lang, als 5 Mal der vierte Theil der vierten u. s. w.

Die Formen der Fragen, der Antworten und des Thuns werden so fort nach dem Verhältnisse der immer länger werdenden Linien eingerichtet.

Alle diese Uebungen müssen auch mit den senkrechten Linien vorgenommen werden.

Man darf durchaus nicht von der vorgeschriebenen Form der Fragen und Antworten und des Thuns abweichen. Es haben einige, die sich berufen glaubten, den todten Buchstaben der Elementarbücher anzugreifen, ohne den Geist, der in ihnen liegt, und ihre hohe Consequenz auch nur zu ahnden, diese Fragen und Antworten lächerlich zu machen gesucht, und dennoch haben auch diese Fragen und Antworten ihren bestimmten und angemessenen Zweck, der darin besteht, daß die Kinder, wie bei jedem Zweige des Unterrichts, so auch hier, sich dessen genau und bestimmt bewußt seyen, was sie thun, und sie haben nicht nur diesen Zweck, sondern sie erreichen ihn auch.

Eben darum fallen jene Fragen und also auch die Antworten, sobald sich der Lehrer die Ueberzeugung verschafft hat, daß sie sich dessen, was sie bei diesen Uebungen thun, immer genau bewußt sind.

Haben es die Kinder im Ziehen der wagerechten und senkrechten Linien bis zu einer gewissen selbstständigen Fertigkeit gebracht, so wird zu der Uebung, welche die Abtheilung der Linien durch Punkte in größere und kleinere Theile zum Gegenstande haben, geschritten.

Erste Uebung.

In dieser Uebung werden eine Anzahl wagerechter Linien gezogen, und die Linien dieser Uebung werden auf folgende Art getheilt, z. B.

1.

Lehrer. Ich theile die erste wagerechte Linie durch einen Punkt in zwei gleiche Theile.

Kinder (wiederholen das Nehmliche).

Lehrer. Habt ihr es gethan?

Kinder. Ja!

Lehrer. Was habt ihr gethan?

Kinder. Wir haben die erste wagerechte Linie durch einen Punkt in zwei gleiche Theile getheilt.

Nachdem dieses geschehen, wiederholt der Lehrer die Redeübung über die Lage der Hälften einer Linie, siehe Seite 3, von Zeile 23 bis 27.

Dann spricht der Lehrer ferner vor: Ich theile jede Hälfte dieser Linie durch einen Punkt in zwei gleiche Theile, so, daß die ganze Linie vier gleiche Theile bekommt.

Kinder (wiederholen).

Lehrer. Habt ihr es gethan?

Kinder. Ja!

Lehrer. Was habt ihr gethan?

Kinder. Wir haben jede Hälfte dieser Linie durch einen Punkt in zwei gleiche Theile getheilt, so, daß die ganze Linie vier gleiche Theile bekommen hat.

Wenn dann die Linie auf diese Art in vier gleiche Theile getheilt ist, so wiederholt der Lehrer die Redeübungen über die Lage der Viertel, siehe Seite 4, von Zeile 4 bis 15.

Der Lehrer spricht weiter vor: Ich theile jeden dieser vier gleichen Theile durch einen Punkt in zwei gleiche Theile, so, daß die ganze Linie acht gleiche Theile bekommt.

Nach der Beantwortung der hierüber gemachten Fragen und Ausdrücke über das dießfällige Thun, wiederholt der Lehrer die Redeübung über die Lage der Achtel, siehe Seite 7, Zeile 27.

Auf gleiche Weise wird nun bei der zweiten, dritten Linie u. s. w. fortgefahren, wobei es aber nicht nöthig ist, jedes Mal die Redeübungen zu wiederholen.

Dadurch lernt das Kind seine Linie in Hälften, Viertel und Achtel leicht und richtig eintheilen.

2.

Nachdem die Kinder abermals wagerechte Linien gezogen, wird wieder, wie oben, bei der ersten Linie angefangen, und dieselbe zuerst durch zwei Punkte in drei gleiche Theile getheilt; sodann die Uebung im Reden über die Lage der Drittel von Seite 3, Zeile 28 bis Seite 4, Zeile 3 wiederholt. Ferner: jedes Drittel durch einen Punkt in zwei gleiche Theile getheilt, so, daß die ganze Linie sechs gleiche Theile bekommt. Dann wiederholt der Lehrer die Redeübung über die Lage der Sechstel, siehe Seite 5, Zeile 1 bis 23, und das Kind lernt dadurch seine Linie in Drittel und Sechstel abtheilen.

3.

Ferner werden die Linien zuerst, wie oben, in Drittel, — dann jedes Drittel durch zwei Punkte in drei gleiche Theile getheilt, so, daß das Kind seine Linie auch in Neuntel abtheilen lernt. Die Redeübung über die Lage der Neuntel findet sich Seite 7, Zeile 28 bis Seite 9, Zeile 9.

4.

Weiter werden die aufs Neue gezogenen Linien zuerst durch vier Punkte in Fünftel, — dann jedes Fünftel durch einen Punkt in zwei gleiche Theile getheilt, so, daß die ganze Linie zehn gleiche Theile bekommt. — Die Redeübung über die Lage der Fünftel findet sich auf Seite 4, von Zeile 16 bis Zeile 32, die über die Lage der Zehntel ist auf Seite 9, Zeile 10 bis Seite 11, Zeile 2.

5.

Es werden endlich wiederum neue Linien gezogen, und diese werden durch sechs Punkte in sieben gleiche Theile getheilt; bei diesen, so wie bei allen vorhergehenden, werden dieselben Uebungen sodann auch an senkrechten Linien vorgenommen. Die Redeübung über die Lage der Siebentel ist auf Seite 5, Zeile 24 bis Seite 6, Zeile 21.

So werden diese Uebungen, nach Maaßgabe der ersten Uebung der Anschauungslehre der Maaßverhältnisse, fortgesetzt, bis der Lehrer sich überzeugt hält, daß die Kinder eine hinreichende Fertigkeit im richtigen Eintheilen der geraden Linien erlangt haben.

X.

München-Buchsee den 31. August 1804.

Wenn die Kinder auch im Abtheilen der Linien hinlängliche Fertigkeit erlangt haben, so folgen die Combinationen zweier gerader Linien.

Gerade Linien zu ziehen und zu theilen haben die Kinder aus dem Vorhergehenden gelernt, man kann also die erste Linie als gegeben annehmen; das neue Geschäft besteht mithin darin, daß eine zweite gerade Linie, nicht mehr unabhängig, wie das beim Vorhergehenden der Fall war, da wagrechte und senkrechte Linien eine unter sich unabhängige, selbstständige Lage hatten, sondern in Beziehung auf die gegebene, producirt werden.

Die Linie, die gezeichnet werden soll, muß irgendwo anfangen; es muß also zuförderst die mögliche Lage dieses Anfangspunktes, und dann die möglichen Richtungen, die er, in Beziehung auf die gegebene, haben kann, untersucht und classificirt werden. Ferner werden die einzelnen Produkte benannt, ihre Beschaffenheit aufgesucht, Folgerungen daraus gezogen, ihre Entstehungsart beschrieben, und diese sowohl, als die Eigenschaften, mit der Entstehungsart und den Eigenschaften anderer

Produkte verglichen, ihr Gemeinschaftliches und ihr Unterscheidendes hierin angegeben.

Ich will Dir hier das, was mir Ladomus auf einer Reise, die wir zusammen auf den Gotthard machten, über die Combination zweier gerader Linien aufschrieb, nebst den Zeichnungen, mittheilen. Aus diesem wirst Du hinlänglich den Gang abstrahiren können, der bei den fernern Combinationen genommen wird; auch wird wahrscheinlich bis dahin, daß Du dieses angewandt haben wirst — denn dazu lege ich Dir es bei — bereits eine Schrift von ihm, die er über diesen Gegenstand herauszugeben Willens ist, erschienen seyn, in der Du sodann das Weitere finden wirst.

„Von den Produkten der geraden Bewegung eines Punktes, in Beziehung auf eine gegebene gerade Linie."

Der zu bewegende Punkt kann liegen:

A) in der gegebenen Linie selbst;

B) in ihrer Verlängerung;

C) außer der Linie.

A.

In der Linie selbst kann er liegen:

a) an einem der Endpunkte, oder

b) innerhalb, zwischen denselben.

Im ersten Falle kann er

1) in der Richtung der Linie sich bewegen, folglich die Linie verlängern. Das dadurch Entstandene ist eine Linie, deren Länge gleich

ist der Länge der gegebenen geraden Linie, mehr ihrer Verlängerung.

Wenn also jede von zwei geraden Linien, welche gleiche Richtung haben, die andere an einem ihrer Endpunkte berührt, so entsteht ebenfalls eine gerade Linie, deren Länge gleich ist der Länge beider Linien vor ihrer Zusammensetzung oder Verbindung. Oder der Punkt kann:

2) eine andere Richtung nehmen, und dadurch eine gerade Linie beschreiben, deren Anfangspunkte mit einem der Endpunkte der gegebenen geraden Linien verbunden, deren Richtung aber gegen die Richtung der gegebenen Linie verschieden ist. Das dadurch Entstandene nennt man einen Winkel.

Wenn also jede von irgend zwei geraden Linien, welche ungleiche Richtung haben, die andere an einem ihrer Endpunkte berührt, so entsteht ein Winkel.

Der Punkt, wo sie sich berühren, heißt der Scheitelpunkt des Winkels, und die Linien, die ihn bilden, Schenkel des Winkels *).

Wenn die Schenkel eines Winkels so mit einander verbunden sind, daß sie sich weder gegen, noch von einander neigen, so heißt dieser Winkel ein rechter Winkel.

Da es nur eine Lage geben kann, in welcher der eine Schenkel des Winkels sich von dem andern weder zu, noch abneigt, so folgt, daß ein rechter Winkel immer dieselbe Größe hat, folglich alle

*) Der Lehrer zeichnet alle drei Arten Winkel zugleich.

rechte Winkel einander gleich seyn müssen. Neigen sich die Schenkel eines Winkels gegen einander, so heißt dieser Winkel ein spitzer Winkel.

Da der eine Schenkel sich bald mehr, bald weniger dem andern zuneigen kann, und dadurch einen bald kleinern, bald größern Winkel bildet, so folgt, daß nicht alle spitze Winkel gleich groß, aber immer kleiner als ein rechter Winkel sind.

Weichen die Schenkel eines Winkels von einander, so nennt man diesen Winkel einen stumpfen Winkel.

Auch hier kann der eine Schenkel bald mehr, bald weniger von dem andern weichen, und dadurch einen bald größern, bald kleinern Winkel bilden, daher folgt ebenfalls, daß nicht alle stumpfe Winkel gleich groß, aber immer größer als ein rechter Winkel sind.

Im zweiten Falle, wenn der Punkt innerhalb der Linie angenommen ist, kann er ebenfalls wieder:

1) in der Richtung der Linie sich bewegen, und dadurch die Linie verlängern.

Das dadurch Entstandene ist eine gerade Linie, deren Länge gleich ist der Länge der gegebenen Linie, mehr dem Wege, den der Punkt außerhalb der Linie machte; denn der Weg, den er noch innerhalb der Linie machte, fällt mit derselben in einander, und trägt folglich nicht zu ihrer Verlängerung bei.

Wenn also zwei gerade Linien zum Theil in einander fallen, so haben sie einerlei Richtung.

2) Kann er eine andere Richtung nehmen, folglich eine gerade Linie beschreiben, die mit der gegebenen zwei Winkel bildet, welche man Nebenwinkel nennt.

Wenn also eine von irgend zwei geraden Linien mit einem ihrer Endpunkte die andere zwischen den Endpunkten berührt, so entstehen Nebenwinkel.

Nebenwinkel haben einen gemeinschaftlichen Scheitelpunkt und einen gemeinschaftlichen Schenkel, die beiden übrigen Schenkel liegen in einer geraden Linie. —

Neigt sich der gemeinschaftliche Schenkel gegen den einen oder den andern der beiden übrigen weder zu, noch ab, so sind die Nebenwinkel rechte Winkel; denn nach dem Vorhergehenden bildet er mit jedem einen rechten Winkel, folglich mit beiden zwei rechte Winkel.

Neigt sich der gemeinschaftliche Schenkel aber dem einen zu, oder ab, so muß er sich um den nehmlichen Winkel von der rechtwinklichten Lage entfernen, folglich auch um eben so viel von dem andern Schenkel im ersten Falle ab- und im zweiten zuneigen, das heißt, er wird zwei Winkel bilden, wovon der eine ein spitzer, und der andere ein stumpfer ist, deren Summe aber doch zwei rechte Winkel ausmacht.

Nebenwinkel sind also immer gleich zwei rechten Winkeln. Der Nebenwinkel eines rechten Winkels ist ein rechter Winkel.

Der Nebenwinkel eines spitzen Winkels ist ein stumpfer Winkel.

Der Nebenwinkel eines stumpfen Winkels ist ein spitzer Winkel.

Wenn einer von zwei Nebenwinkeln ein rechter ist, so ist der andere völlig bestimmt.

Wenn einer von zwei Nebenwinkeln ein spitzer oder ein stumpfer Winkel ist, so ist der andere nur der Winkelart, aber nicht der Größe nach, bestimmt.“

Welchen Nutzen diese Uebungen haben müssen, wirst Du leicht einsehen, würdest Dich aber bei weitem mehr noch davon überzeugen, hättest Du denselben als wirkliche Thatsache im Geiste und Gemüthe der Kinder erblickt, so wie ich. — Sage selbst, wenn die Kinder fühlen, wie sie ihre Thätigkeit, ehe sie dieselbe äußern, bestimmen, (dieses ist der Fall bei dem Selbstgeben der zu combinirenden Linien) muß das nicht das Bewußtseyn ihrer Kraft in ihnen wecken und erhöhen? Wenn sie dann eine Anzahl aus diesen Combinationen hervorgegangener Produkte finden, die weder vermehrt, noch vermindert werden kann, die ihnen also das Gesetz der Nothwendigkeit anschaulich macht, sollte das wohl nicht den Grund zur Achtung und Ehrfurcht für etwas Höheres, über ihrer eignen Freiheit stehendes, Unbedingtes legen? Denke Dir nun noch, wie intensiv die auf diese Art entwickelte Anschauungskraft seyn muß, weil sie immer auch auf die erzeugende Thätigkeit, oder die Bedingungen

derselben, oder auf beide zugleich, Rücksicht nehmen wird.

Auf ähnliche Art lehrt man nun ferner die Kinder Kreise und gerade Linien, Kreise und ihre Theile (Hälften, Drittel, Viertel, Sechstel u. s. w.) unter sich mit einander combiniren, auf gleiche Art die Ellipsen (oder Ovale, wie Pestalozzi sie nennt). Diese ebenfalls auf Gesetzen der Combination beruhenden Uebungen haben, außer oben erwähnten Vortheilen, auch noch den, daß Auge und Hand auch an krumme Formen gewöhnt werden.

An jede dieser drei Hauptabtheilungen der Zeichenübungen schließen sich unmittelbar die Ausmessungsübungen an. Wie bei der geraden Linie, sobald die Kinder sie selbstständig und fertig zu zeichnen und über ihre Eigenschaften sich bestimmt auszudrücken vermögen, zur Eintheilung derselben und den dabei vorkommenden Vergleichungen übergegangen wird, so macht man es bei den Flächen, die ihnen die Verbindung dreier und vier gerader Linien darbieten; diese zeigen ihnen nicht allein Linien, sondern auch einen begrenzten Raum; der begrenzte Raum läßt sich der Begrenzungsart und der Größe nach vergleichen; also muß auch dieses geschehen (in so weit es anschaulich sich thun läßt).

Die Art und Weise, wie in dieser Hinsicht der z. B. durch vier Linien begrenzte Raum näher bestimmt, und die durch diese Begrenzung entstehenden Vierecke eingetheilt werden, wirst Du aus folgendem ersehen:

Wenn

Wenn zwei gerade, gleiche, gleichlaufende Linien auf den Endpunkten einer dritten geraden Linie aufstehen, und ihre Endpunkte durch eine vierte gerade Linie verbunden werden, so entsteht ein Viereck, das man Parallelogramm nennt, und in welchem die gegenüberstehenden Seiten einander gleich und gleichlaufend, und wenigstens immer die Winkel, die nicht an der nehmlichen Seite anliegen, gleich groß sind; denn denkt man sich die dritte Linie gleichlaufend mit sich selbst zwischen den beiden erstern, gegen die vierte sich bewegend, so macht sie in dieser Bewegung mit denselben immer gleiche Winkel, und läßt von beiden gleich viel zurück. Da nun die beiden erstern Linien gleich groß angenommen wurden, so ist auch der Endpunkt einer jeden von ihrem Anfangspunkte (das ist, dem ihm gegenüberstehenden Endpunkt der dritten Linie) gleich weit entfernt; die dritte Linie muß daher nothwendig in die Lage der vierten Linie kommen, wenn ihre Bewegung hinlänglich fortgesetzt angenommen wird, und also auch in dieser Lage gleichlaufend mit ihrer ersten seyn und die nehmlichen Winkel machen; folglich muß die vierte Linie ihr gleich und gleichlaufend seyn, und mit den beiden erstern die nehmlichen Winkel machen, aber in umgekehrter Ordnung, das heißt, der Winkel, der der dritten Linie zur rechten anliegt, hat seinen ihm gleichen an der vierten zur Linken.

Sind die zwei gleichlaufenden Linien rechtwinklicht auf der dritten aufgesetzt, so entsteht ein

rechtwinklichtes Parallelogramm, welches vier rechte Winkel hat.

Sind die zwei gleichlaufenden Linien, einzeln genommen, gleich der dritten, so heißt das dadurch entstandene rechtwinklichte Parallelogramm Quadrat.

Ein Quadrat hat also vier gleiche Seiten und vier gleiche Winkel.

Sind die zwei gleichlaufenden Linien, einzeln genommen, kleiner oder größer, als die dritte, so heißt das dadurch entstandene rechtwinklichte Parallelogramm Rechteck. Ein Rechteck hat also zwar vier gleiche Winkel, aber seine Seiten sind nicht alle gleich.

Das Rechteck und das Quadrat unterscheiden sich demnach blos durch die Seiten von einander.

Sind die zwei gleichlaufenden Linien schiefwinklicht (spitz und stumpfwinklicht) auf der dritten Linie aufgesetzt, so heißt das dadurch entstandene schiefwinklichte Parallelogramm Rhombus.

Ein Rhombus hat also vier gleiche Seiten, aber vier ungleiche schiefe Winkel.

Sind die zwei gleichlaufenden Linien größer oder kleiner, als die dritte, so heißt das dadurch entstandene schiefwinklichte Parallelogramm Rhomboide.

Die Rhomboide hat also vier ungleiche Seiten und vier ungleiche schiefe Winkel.

Der Rhombus und die Rhomboiden unterscheiden sich also blos durch die Seiten, und nicht durch die Winkelart.

Es verhält sich also in dieser Hinsicht die Rhomboide zum Rhombus wie das Rechteck zum Quadrat.

Da immer zwei Winkel, die an einer und ebenderselben Seite anliegen, zwei rechten Winkeln gleich sind, so folgt, daß alle vier vier rechte ausmachen.

Die Summe der Winkel in einem Parallelogramm ist also gleich vier rechten.

In Pestalozzi's Institute dürfen die Zöglinge nicht eher zum Cirkel übergehen, bis die Uebung in der Ausmessung geradlinicht begrenzter Flächen vollendet ist. Hier müssen sie sich nothwendig vorzugsweise des Quadrates und seiner Abtheilungen bedienen, weil dasselbe das Einzige in seiner Art, in allen Beziehungen, ist; in ihm herrscht Einheit und Gleichheit in aller Rücksicht; es hat lauter g l e i c h e Seiten, lauter g l e i c h e und zwar r e c h t e Winkel, welche also, allein genommen, ebenfalls einzig sind. Das gleichseitige Dreieck hat zwar auch g l e i c h e Seiten und g l e i c h e Winkel, allein die Winkel sind n i c h t r e c h t e, folglich n i c h t e i n z i g, nicht blos durch die Anschauung, sondern nur durch die bestimmte Abweichung vom rechten Winkel erkennbar. Es haben auch die Mathematiker zu Ausmessung der Flächen das Quadrat zum Maaßstabe ange-

nommen. Ohne mich auf die Natur unseres Geistes zu beziehen, vermöge welcher er immer nach dem Einfachen, Einzigen, als Haltungspunkte, strebt, so läßt sich das auch schon auf folgende Art darthun:

Alle nicht rechten Winkel werden durch die Abweichung vom Rechten bestimmt; es müssen also auch die Combinationen der nicht rechten Winkel zu Vierecken durch die Combinationen der rechten Winkel zu Vierecken, und hauptsächlich zu den gleichseitigen derselben, das heißt, zum Quadrate bezogen und bestimmt werden. Die Dreiecke, als bestimmte Hälften von Vierecken, beziehen sich also gleichfalls, aber nur mittelbar auf das Quadrat.

Nachdem man mit dem Cirkel und der Ellipse, so weit es sich anschaulich thun läßt, in Zeichnungen, Vergleichungen, Abtheilungen und Ausmessungen die Kinder hinlänglich geübt hat, so nimmt man die eben schon erwähnten, oder auch andere Körper, und macht ihnen sichtbar, daß nicht alles Vorfindliche an den Körpern auf ein Mal, ohne künstliche Vorrichtungen, wie Spiegel ꝛc., gesehen werden kann, sondern nur gewisse Stücke davon, und zwar, nach den verschiedenen Gesichtspunkten, mit oft sehr veränderter Form; z. B.: daß der Cirkel an einem Cylinder, wenn der Gesichtspunkt rechtwinklicht über dem Mittelpunkte liegt, als Cirkel erscheint, aber scheinbar zur Ellipse wird, sobald der Gesichtspunkt

aufhört rechtwinklicht über dem Mittelpunkte zu stehen, und daß die Ellipse desto schmäler, das heißt, die kleine Axe desto kleiner erscheinen wird, je spitzer der Winkel ist, den die Linie, die den Mittelpunkt und Gesichtspunkt vereinigt, mit der Kreisebene macht — und daß, sobald dieser Winkel gleich ist Null, welches geschieht, sobald der Gesichtspunkt in der Ebene des Kreises liegt, der Cirkel als gerade Linie erscheinet.

Ferner zeigt man ihnen die Verkürzungen, die Wirkung der Entfernung, Lage unter und zu einander ꝛc., und regelt auf diese Art ihren Blick, so, daß sie aus der scheinbaren Form eines Dinges und der Lage des Gesichtspunktes auf die wirkliche — aus der wirklichen Form und der Lage des Gesichtspunktes auf die scheinbare, und endlich aus der wirklichen und scheinbaren Form auf die Lage des Gesichtspunktes Schlüsse machen können.

(Hier schließen sich die Uebungen im Lesen der Zeichnungen, Gemälde ꝛc. sehr gut an. Diese Uebungen werden und müssen jedem, der aus Erfahrung weiß, wie unverständlich Zeichnungen u. d. gl. Vielen sind, und welche Schwierigkeiten es hat, solchen Leuten durch Zeichnung etwas begreiflich zu machen, gewiß nicht unzweckmäßig scheinen, selbst wenn er den Nutzen, den sie als Bildungsmittel haben, verkennen sollte. Für Künstler sind sie durchaus nothwendig.)

Nachdem die Kinder auf diese Art hinlängliche Anschauungskraft, Sprachkraft, Verhältnißgefühl und Fertigkeit der Hand in Zeichnung der Elemente sich erworben haben, dann erst kann nach Pestalozzi's Grundsätzen zur eigentlichen Zeichenkunst geschritten werden, und hierzu glaubt er, und zwar mit Recht, die Vorbereitungsübungen aufgestellt zu haben; denn was ist das eigentliche Geschäfte dieser Kunst? Sie soll die Grenzen der Ausdehnung der Gegenstände, seyen es Gegenstände der äußern oder der innern Anschauung, auf eine Fläche so bezeichnen, daß dieselben vom angenommenen Gesichtspunkte aus betrachtet, unter den nehmlichen Sehwinkeln (Gesichtswinkeln) in das Auge fallen, wie vom abgebildeten Gegenstande. — Sie bestimmt also der Lichtprospective die Räume, für welche diese die Töne und Tinten zu untermischen hat, und bezeichnet die Oerter, worauf die Schattir- und Kolorirkunst die gemischten Töne und Tinten aufzutragen haben *).

Wie wird es vollbracht?

An den Körpern sehen wir nur die Grenzen, das ist, Flächen; diese werden durch Linien begrenzt; sobald die begrenzenden Linien bestimmt sind, so sind es folglich auch die Flächen. Die Richtung der geraden Linie wird durch zwei in ihr liegende Punkte bestimmt, also Richtung und Länge durch die Lage des Anfang- und Endpunktes.

*) Siehe Umfang und Eintheilung der Prospective von J. F. Lacomus, herausgegeben von Professor Breysig.

Krumme Linien sind entweder Cirkel, Ellipsen, oder von diesen mehr oder minder abweichende Linien. Cirkel und Ellipsen zu ziehen, wurde durch das Vorhergehende geübt; man hat also nur auf die Lage der Durchmesser zu sehen. Diese, als gerade Linien, werden durch die Lage der Endpunkte bestimmt; die abweichenden krummen müssen durch mehrere Punkte, die in ihr liegen, bestimmt werden; die erforderliche Anzahl derselben wird bei Leuten, die im Zeichnen der Cirkel und Ellipsen geübt sind, nicht allzu groß seyn. Es kommt also alles darauf an, daß man die Lage des Punktes bestimmen kann.

Daß die eben dargestellten Uebungen hierzu die gehörige Kraft in den Kindern entwickeln, wird Dir hoffentlich klar seyn. Nur will ich Dir noch bemerken, daß, wenn man bei den Combinationen der geraden Linien an das Quadrat kommt, die Redeübungen des ersten und zweiten Heftes der Maaßverhältnisse über die Quadrate mit den Kindern so lange geübt werden, bis dieselben den Abstand eines Punktes von einer wagerechten und senkrechten Linie genau anzugeben wissen. Künftig wird Dir daher, wie ich hoffe, das A, B, C der Anschauung der Maaßverhältnisse gewiß nicht mehr in dem kleinen Lichte erscheinen, in welchem es bisher so vielen, vielleicht auch Deinem Blicke, sich zeigte.

Das ist aber gerade das Loos aller orginellen Köpfe, daß ihre Aeußerungen, weil sie dieselben aus

der Urquelle schöpfen, für die Meisten nur unbedeutende Punkte sind, während dem sie dem ungeschwächten, tief- und scharfsehenden Auge dessen, der die Mühe nicht scheut, dieselben näher zu prüfen, als heilige Gebilde des Innern der Menschheit sich zeigen.

Ich darf nicht fürchten, von Dir den seichten Einwurf derjenigen hören zu müssen, die da behaupten, Pestalozzi habe sich nicht klar und deutlich genug ausgedrückt; seine Gertrud sey unbestimmt, und seinen Heften über die Maaßverhältnisse mangle es an Plan und Consequenz. Diese Behauptung ist das Prodnkt ihrer eignen Unthätigkeit. Ein origineller Kopf, in wissenschaftlicher Hinsicht, überliefert seine Ideen eben so, wie ein origineller Künstler, anfangs meistentheils nur als Skizzen. Beide legen erst später Hand an die Vollendung dieser Skizzen, oder sie überlassen diese ihre Produkte der Zeit, als Anregungsmittel für die Selbstthätigkeit anderer sinnvoller Menschen, die sich sodann in die Idee des Ganzen, das diese Skizzen nur contouriren, hineinstudiren, die Details adäquat dem Geiste des Ganzen angeben, und endlich ein Gemälde davon, das heißt, eine möglichst vollendete Darstellung, den Menschen ihrer Zeit überliefern. Beide haben großes Verdienst um die Menschheit; der eine dadurch, daß er, aus der Tiefe seines Gemüthes schöpfend, Richtungspunkte und Erregungsmittel für die Selbstthätigkeit seiner Zeitgenossen giebt; der andere dadurch, daß er die

Richtungspunkte auffaßt, den Erregungsmitteln völlig conform, seine eigne Thätigkeit äußert, und so der Selbstthätigkeit der am Geiste und Gemüthe Schwächeren Richtungspunkte und Erregungsmittel darbietet, also den Produkten des Erstern Eingang und einen Wirkungskreis verschafft, ferner Ersterem zur eignen Ausarbeitung der Skizzen die Zeit erspart, zu neuen Produkten ihm Muße verschafft, und für diese die Gemüther stimmt; denn offenbar hat die Menschheit einen größern Gewinn, je schneller und richtiger einzelne originelle Köpfe aufgefaßt, je schneller ihre Ideen verbreitet, ihre Vorschläge anerkannt und angewendet werden.

Pestalozzi widerfuhr von allem dem gerade das Gegentheil. Er, dessen Leben ein beständiger Kampf mit der Schwierigkeit seiner Aufgabe war; Er, der den Preis seines Lebens blos in ihre Lösung setzte; Er endlich, der das Wie und Warum der Auflösung doch in der That mehr, als skizzenmäßig darstellte; Er stand lange, lange da, unerkannt und verspottet; seinen Ideen wurde der Wirkungskreis durch Vorurtheile, im eigentlichsten Sinne des Worts, das heißt, durch zu frühe, unreife Urtheile, beschränkt; seinen Vorschlägen wurde lange kein Gehör gegeben. Ach! muß dieses Mißgeschick, das einem Mann von so starken Gefühlen widerfuhr, nicht jedes Menschen Innres rühren! Ewig wahr sind die Worte des Dichters:

„Wer menschlich fühlt, und einen großen Mann
erniedrigt fühlt, der fühlt sich selbst vernichtet!“

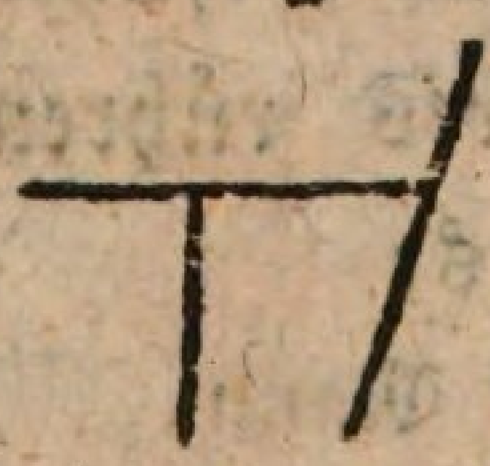
XI. a)

München-Buchsee den 2. Sept. 1804.

Jetzt bin ich Dir noch etwas über den geometrischen Unterricht zu sagen schuldig.

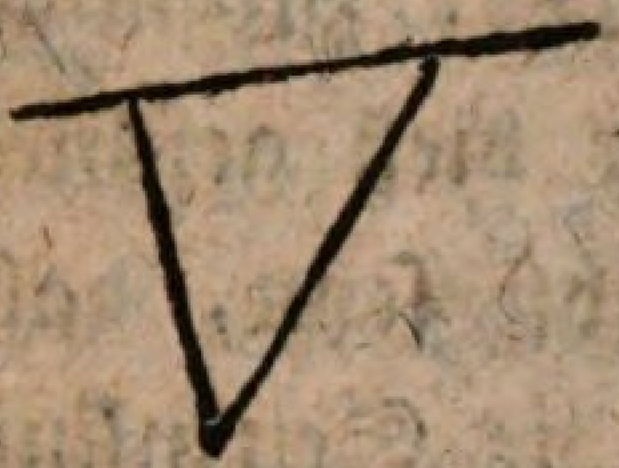
Ich glaube, es nicht besser thun zu können, als wenn ich Dir beschreibe, wie ich selbst, dem zuvor die Geometrie ganz fremd war, darin unterrichtet wurde. Ladomus war mein Lehrer. Nachdem er die Uebungen in Ansehung der Körperflächen und die Combinationen von geraden Linien auf die oben beschriebene Art mit mir durchgegangen, und ich also dadurch mir einen Typus verschafft hatte, nach welchem ich Aehnliches auf ähnliche Weise selbst bearbeiten konnte, so überließ er auch die Combinationen dreier gerader Linien meinem eigenen Fleiße, und nahm davon nur die geometrisch-wichtigen, das heißt, durchschnittene Parallel-Linien, durchschnittene schiefe Linien und Dreiecke.

1



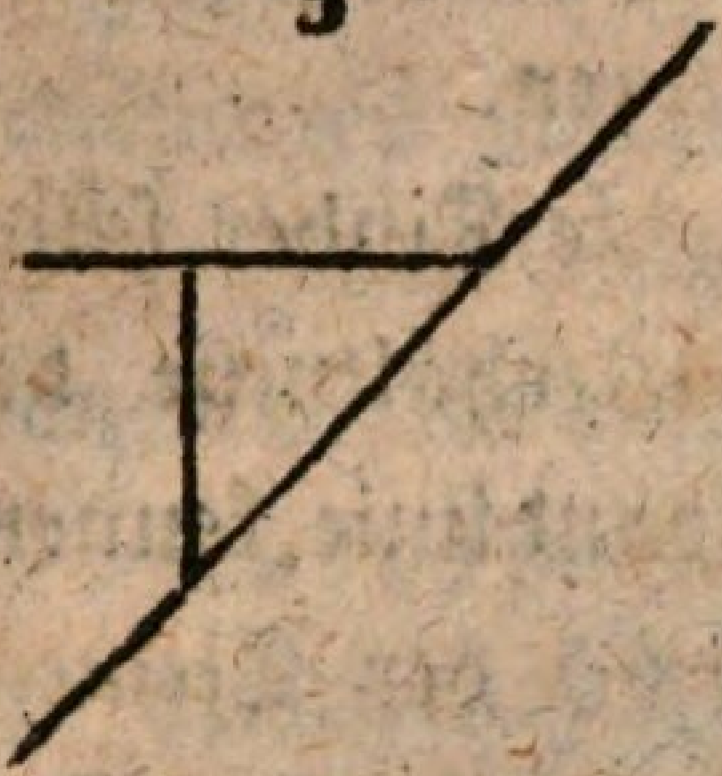
Doch gab er mir vorher einige Aufgaben von den andern Combinationen, z. B. drei gerade Linien so zu verbinden, daß sie zwei rechte, einen stumpfen und einen spitzen Winkel,

2



oder daß sie zwei rechte, einen stumpfen und zwei spitze Winkel, oder zwei rechte, zwei stumpfe und zwei spitze Winkel bilden ꝛc., wie Fig. 1, 2, 3. Bei den Dreiecken gefiel mir hauptsächlich das, daß er die Eigenschaften des gleichseitigen und gleichschenklicht rechtwinklichten Dreiecks zur Beurtheilung der übrigen gleichschenklichten Dreiecke, in Ansehung des Verhältnisses der Seitenlinien und der Höhe zur Grundlinie anwendet.

3



Ein gleichseitiges Dreieck kann als ein gleichschenklichtes Dreieck angesehen werden, dessen Winkel an der Grundlinie, einzeln genommen, = $\frac{2}{3}$ eines rechten = dem Winkel an der Spitze, und bei dem die Seitenlinien, einzeln genommen, gleich der Grundlinie sind.

Bei einem jeden gleichschenklichten Dreiecke, dessen Winkel an der Grundlinie, einzeln genommen, kleiner sind, als $\frac{2}{3}$ eines rechten, kommen die Seitenlinien früher zusammen, als beim gleichseitigen Dreiecke von gleicher Grundlinie, und je früher dieses geschieht, desto kleiner werden die Linien selbst seyn, daher sind auch die Seitenlinien solcher Dreiecke, einzeln genommen, kleiner, als die Grundlinien; im umgekehrten Falle folgt auch das Umgekehrte, das heißt, in jedem gleichschenklichten Dreiecke, dessen Winkel an der Grund-

linie, einzeln genommen, größer sind, als $\frac{2}{3}$ eines rechten, kommen die Seitenlinien später zusammen, als beim gleichseitigen, und je später dieß geschieht, desto länger werden die Linien selbst seyn, daher sind auch in dergleichen Dreiecken die Seitenlinien größer, als die Grundlinien.

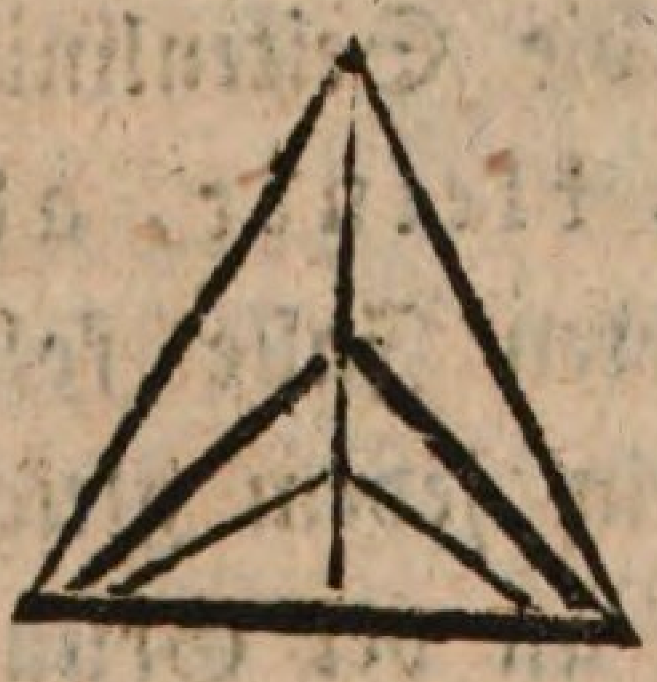
4

Ein Blick auf Figur 4 wird Dir das anschaulich zeigen.

Hiedurch lernen die Kinder schon etwas näher die Verhältnisse der Seitenlinien zur Grundlinie kennen, als es gewöhnlich bei der Elementarlehre von den Dreiecken der Fall ist; denn jetzt sind sie im Stande, aus irgend einem gegebenen Winkel eines gleichschenklichten Dreieckes anzugeben: Ob die Seitenlinien, einzeln genommen, größer oder kleiner als die Grundlinien; folglich auch: Ob die Summe derselben größer oder kleiner als die doppelte Grundlinie ist? Nach der gewöhnlichen Weise wissen sie nur, daß immer zwei Seiten größer sind, als die dritte.

Beim gleichschenklichten rechtwinklichten Dreiecke wird auf ähnliche anschauliche Art gezeigt, daß die Höhe desselben gleich ist der halben Grundlinie, folglich bei jedem spitzwinklichten Dreiecke die Höhe größer, und bei jedem stumpfwinklichten Dreiecke die Höhe kleiner ist, als die halbe Grundlinie. Siehe Fig. 5.

5



Ich will Dir jetzt einige Beispiele von Anwendung dieser Sätze auf Formbestimmung beifügen:

Erste Aufgabe. Man weiß, daß die Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreieckes, zusammen genommen $= \frac{4}{5}$ eines rechten sind. Es fragt sich, was das für ein Dreieck ist?

Antwort. Es ist ein gleichschenklichtes, stumpfwinklichtes Dreieck, dessen Winkel an der Spitze $= \frac{6}{5}$ eines rechten ist; seine Seiten, einzeln genommen, sind kleiner, als die Grundlinie.

Auflösung. Ich will sie Dir ganz ausführlich hersetzen. Die gleichschenklichten Dreiecke werden nach den Winkeln an der Spitze eingetheilt; ich muß also den Winkel an der Spitze kennen, um zu wissen, zu welcher Art von Dreiecken dieses Dreieck gehört.

Die Winkel jedes Dreiecks sind gleich zwei rechten; die Winkel an der Grundlinie des zu suchenden Dreieckes betragen, nach der Angabe, $\frac{4}{5}$ eines rechten, also bleiben für den Winkel an der Spitze $\frac{6}{5}$ eines rechten, mithin mehr, als ein rechter, übrig; folglich ist das Dreieck ein stumpfwinklichtes.

Ist einer der Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreieckes $= \frac{2}{3}$ eines rechten, so sind die Seitenlinien, einzeln genommen, gleich der Grundlinie. Ist aber der Winkel größer oder kleiner, so ist auch die Seitenlinie größer oder kleiner, als die Grundlinie; ich muß also, um im gegenwärtigen Falle das Verhältniß der Seitenlinie zur

Grundlinie angeben zu können, den Winkel an der Grundlinie kennen.

Die Winkel an der Grundlinie sind einander gleich, also ist im gegenwärtigen Falle jeder = $\frac{2}{5}$ einem rechten; $\frac{2}{5}$ eines rechten sind kleiner als $\frac{4}{5}$ eines rechten; folglich sind auch in diesem Dreiecke die Seitenlinien, einzeln genommen, kleiner als die Grundlinie.

Ist einer der Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreiecks gleich einem halben rechten, so ist die Höhe gleich der halben Grundlinie; ist aber der Winkel größer oder kleiner, als ein halber rechter, so ist auch die Höhe größer oder kleiner, als die halbe Grundlinie. Ich muß also, um das Verhältniß der Höhe zur halben Grundlinie angeben zu können, den Winkel an der Grundlinie kennen. Die Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreiecks sind einander gleich, folglich ist jeder im gegenwärtigen Falle = $\frac{3}{5}$ eines rechten; $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{1}{2}$, folglich ist auch die Höhe dieses Dreieckes kleiner, als die halbe Grundlinie.

Man hätte zwar gleich aus dem, daß dieß Dreieck ein gleichschenklicht-stumpfwinklichtes ist, die zwei letzten Verhältnißbestimmungen folgern können, allein ich gab Dir hauptsächlich deswegen die Auflösung so ausführlich, um zu zeigen, daß jede Bestimmung unabhängig von der andern erwiesen, folglich, wenn nur eine verlangt wird, diese auch einzeln angegeben werden kann.

Ich, und diejenigen, die Labomus unterrichtet hat, die wir also die gleichschenklichten Dreiecke als über, zwischen und unter dem gleichseitigen und gleichschenklicht-rechtwinklichten Dreiecke fallend, ansehen, geben uns die Auflösung kürzer, indem uns eine einzige gegebene Bestimmung den Ort oder Stelle des Dreieckes anzeigt, folglich wir die übrigen von unserer innern Anschauung ablesen, und einander daher verstehen; z. B. an vorliegender Aufgabe sehen wir durch die gegebene Größe beider Winkel an der Grundlinie = $\frac{4}{5}$ eines rechten, also eines Winkels = $\frac{2}{5}$, das Dreieck als unter das gleichschenklicht-rechtwinklichte fallend, und mit diesem auch die Seitenlinien kleiner, als die Grundlinie, und die Höhe kleiner, als die halbe Grundlinie.

Aufgabe. Von einem gleichschenklichten Dreiecke weiß man, daß die Höhe kleiner ist, als die halbe Grundlinie, was ist das für ein Dreieck?

Antwort. Es ist ein gleichschenklicht-stumpfwinklichtes Dreieck, und die Seitenlinien, einzeln genommen, sind kleiner als die Grundlinie.

Auflösung. In jedem gleichschenklicht-rechtwinklichten Dreiecke ist die Höhe gleich der halben Grundlinie. In jedem gleichschenklichten Dreiecke, dessen Höhe kleiner ist, als die halbe Grundlinie, müssen die Seitenlinien früher zusammen gekommen seyn, also an der Grundlinie kleinere Winkel machen, als ein halber rechter, folglich an der Spitze einen stumpfen, und da das rechtwinklichte Dreieck schon

Seiten hat, kleiner als die Grundlinie, um so mehr müssen die Seiten des stumpfwinklicht-gleichschenklichten Dreiecks kleiner seyn, als die Grundlinie; folglich ist obige Angabe richtig.

Aufgabe. Man weiß von einem gleichschenklichten Dreiecke, daß die Seiten, einzeln genommen, kleiner sind, als die Grundlinie, was ist das für ein Dreieck?

Antwort. Es ist ein gleichschenklichtes Dreieck, von dem man blos angeben kann, daß der Winkel größer ist, als $\frac{2}{3}$ eines rechten, aber nicht, ob seine Höhe größer oder kleiner, als die halbe Grundlinie ist.

Auflösung. Im gleichseitigen Dreiecke ist der Winkel = $\frac{2}{3}$ eines rechten, und jede der Seiten gleich der Grundlinie; in jedem gleichschenklichten Dreiecke, dessen Seitenlinien, einzeln genommen, kleiner sind, als die Grundlinie, müssen sie früher zusammengekommen seyn, als im gleichseitigen Dreiecke, folglich an der Grundlinie kleinere Winkel, als $\frac{2}{3}$ eines rechten, machen, mithin der Winkel an der Spitze größer als $\frac{2}{3}$ eines rechten seyn. Da aber hieraus nicht das Verhältniß der Winkel zum rechten genau bestimmt ist, und doch das Verhältniß der Höhe zur Grundlinie von dieser Kenntniß abhängt, so folgt, daß obige Angabe richtig ist.

Du siehst, wie aus jeder Angabe Etwas wenigstens gefolgert werden kann. Ich will Dir zu Deiner eignen Uebung einige Aufgaben hersetzen.

Erste Aufgabe. Man weiß, daß der Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreiecks gleich ist $\frac{4}{7}$ eines rechten, man soll die daraus abzuleitenden Folgerungen angeben.

Zweite Aufgabe. Man weiß, daß die Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreieckes, einzeln genommen, gleich sind dem halben Theile des Winkels an der Spitze; welches sind die daraus abzuleitenden Eigenschaften des Dreieckes?

Antwort. Es ist ein gleichschenklicht-rechtwinklichtes Dreieck ꝛc. ꝛc.

Dritte Aufgabe. Man weiß, daß der Winkel an der Spitze eines gleichschenklichten Dreieckes gleich ist $\frac{3}{5}$ der Summe der Winkel an der Grundlinie, man soll die übrigen Eigenschaften des Dreieckes angeben.

Antwort. Es ist ein gleichschenklicht-spitzwinklichtes Dreieck, dessen Winkel an der Grundlinie, einzeln genommen, gleich sind $\frac{5}{8}$ eines rechten ꝛc. Die Höhe ist größer, als die halbe Grundlinie, und die Seiten, einzeln genommen, kleiner als die Grundlinie.

Vierte Aufgabe. Man weiß, daß die Differenz des Winkels an der Spitze und der Summe der Winkel an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreieckes gleich ist $\frac{2}{3}$ eines rechten, man soll die daraus abzuleitenden Eigenschaften angeben.

Hier giebt es zwei Fälle; denn ein Mal kann der Winkel an der Spitze um $\frac{2}{3}$ größer seyn, als die beiden Winkel an der Grundlinie, oder umge-

kehrt, diese um $\frac{2}{3}$ größer, als jener. Das Uebrige suche selbst.

Fünfte Aufgabe. Man weiß, daß die Seiten eines gleichschenklichten Dreieckes, einzeln genommen, doppelt so groß sind, als die Grundlinie, man soll die daraus abzuleitenden übrigen Eigenschaften des Dreieckes angeben.

Es ist ein gleichschenklicht-spitzwinklichtes Dreieck, dessen Winkel an der Spitze kleiner ist, als $\frac{1}{3}$ eines Rechten 2c.

Sechste Aufgabe. In einem gleichschenklichten Dreiecke ist einer der Winkel an der Grundlinie $= \frac{5}{6}$ eines rechten, man soll die übrigen Eigenschaften angeben.

Die Seiten, einzeln genommen, sind kleiner als die doppelte, aber größer als die einfache Grundlinie u. s. w.

Diese Aufgaben suche aufzulösen, wo möglich, ohne Beihülfe von Figuren, oder wenigstens ohne Buchstaben. Ich mußte sie immer ohne Figuren auflösen, zur Uebung meines innern Auges, und ich finde auch dieß Verfahren ganz richtig. Nachdem durch äußerliche Zeichen die Selbstthätigkeit angeregt ist, muß sie natürlich auch geübt werden, ihre Produkte innerlich anzuschauen; also unmittelbar mit der Sache sich zu beschäftigen. Ferner wird dadurch die Sprachkraft entwickelt, und das Bedürfniß derselben fühlbar gemacht; denn soll ich, ohne Figuren, die Auflösung irgend einer Aufgabe geben, oder irgend einen Satz, dessen Wahrheit mir

durch meine innere Anschauung klar ist, beweisen, so kann ich das nicht anders, als indem ich denjenigen, dem ich jene zu geben, diese zu beweisen habe, in die nehmliche Anschauung versetze, und das muß ich durch die Sprache bewirken; drücke ich mich unrichtig oder unbestimmt aus, so setze ich den andern in eine unrichtige oder unbestimmte Anschauung, und kann daher auch nicht die Wahrheit meiner Behauptung seinem innern Auge vorlegen.

Wenn Du es nicht durch die Erfahrung selbst weißt, wie schwierig und peinlich das im Anfange ist, besonders wenn man sich vorher mit Buchstaben und Figuren gequält hat, so kannst Du Dir davon keinen recht deutlichen Begriff machen, wie aber auch nicht von der Freude, die man empfindet, über die allmähliche Entwickelung seiner Anschauungs- und Sprachkraft; in dieser Hinsicht sind mir diese Uebungen besonders wichtig; ich möchte sie das eigentliche A, B, C der Selbstbeschauung nennen.

Das bloße Gefühl, die Produkte seiner Selbstthätigkeit, unabhängig von der Außenwelt, ohne äußerliches Licht, im tiefsten Dunkel, doch innerlich lichtvoll anschauen, und durch den bloßen Ton sie einem andern gleich lichtvoll, anschaulich machen zu können, das bloße Gefühl davon, sage ich, muß schon heilbringend seyn, um wie viel heilbringender wird es nicht seyn, wenn es sich allmälig zum Bewußtseyn erhebt! Im Anfange war mir's, ich muß Dir's nur aufrichtig gestehen, nicht selten är-

gerlich, daß Ladomus, wenn es irgend möglich war, eine falsche Figur unter meiner Beschreibung vorzustellen, sich nie die richtige, sondern allemal die unrichtige vorstellte, und dann Folgerungen machte, die, obgleich richtig an sich, doch meiner Behauptung entgegen waren. Als ich ihm einmal sagte: Sie hätten sich doch auch hier die richtige Vorstellung machen können, warum thaten Sie es nicht? so gab er mir zur Antwort: „Ich will nicht „können, ich will müssen, und ich darf, Ihres „eigenen Vortheils wegen, nicht können, sondern „blos müssen wollen; denn was ist Ihre Aufgabe? „nicht wahr: mich durch Worte zu veranlassen, „daß ich mir z. B. das nehmliche Dreieck, Viereck, „oder sonst eine Verbindung von Linien, eben so „vorstelle, wie Sie? als Bedingung der Auflösung „dieser Ihrer Aufgabe will ich, und setze also „meiner freien Thätigkeit die Schranken, sich jetzt „blos Ihren Worten gemäß zu äußern. Veran„lassen Sie dieselbe aber durch unrichtigen Ausdruck „zu einer unrichtigen Aeußerung, so ist das Ihre „Schuld; drücken Sie sich aber unbestimmt, das „heißt, so aus, daß ich mich zwar richtig, aber „auch unrichtig äußern kann, so ist die Wahl mei„ner Willkühr überlassen; schuldig bin ichs nicht: „ich kann mich also, ohne im mindesten ungerecht „zu seyn, unrichtig äußern. Wenn ich gefällig „seyn wollte, so äußerte ich mich richtig, und würde „mir, im zweifelhaften Falle, immer das Richtige „vorstellen. Ich aber will nicht auf diese Art ge-

„fällig seyn, weil ich einsehe, daß dieß Abhängig„keit von Gefälligkeit erzeugt, also die menschliche „Freiheit untergräbt. Der bloße Vertrag, daß „meine Thätigkeit sich bestimmt äußern wolle, „wenn Sie sich bestimmt ausdrücken, muß hin„reichend seyn, um mich zur bestimmten Aeuße„rung zu zwingen; ich muß mir durchaus keine „andere Figur rc. vorstellen können, als die Sie „wollen, daß ich mir vorstelle; und jeder Lehrer, „der dieß nicht beobachtet, versündiget sich an sei„nem Zöglinge, indem er dessen Kräfte beschränkt, „deren vollendete, nicht halbe Entwickelung „doch die Aufgabe ist, die er zu lösen hat."

Nachdem er mir durch solche Aufgaben die Eigenschaften der Dreiecke an sich zum unauslöschlichsten Bewußtseyn gebracht hatte, so ging er mit mir zur Lehre von der Gleichheit der Dreiecke über, die er aus der bloßen Construction anschaulich herleitete.

Auch hier gab er mir gleich wieder Aufgaben, theils um die Sätze der Gleichheit mir einzuprägen, theils aber, und hauptsächlich, um Gewandtheit im Gebrauche derselben zu erhalten, und mich zu gewöhnen, jedes neue Element der Kenntniß mit dem Vorhergehenden zu combiniren, und durch die Anschauung der Resultate tiefer in das Wesen und in den Zusammenhang derselben zu blicken.

Auch hievon will ich Dir einige Beispiele geben. Zuerst lehrte er mich die Auflösung folgender Aufgaben:

1) An eine gegebene Linie eine andre unter einem Winkel anzulegen, der einem gegebenen Winkel gleich sey.

2) Parallel-Linien zu ziehen:

a) durch einen gegebenen Punkt,

b) in gegebener Entfernung.

3) Einen Winkel zu halbiren.

4) Ein Dreieck zu zeichnen:

a) wenn eine Seite und die zwei anliegenden Winkel,

b) wenn zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel,

c) wenn alle drei Seiten gegeben sind.

Die Auflösungen dieser Aufgaben findest Du in jeder Schrift über Geometrie, nur muß ich Dir hier bemerken, daß ich diese nehmlichen Aufgaben in andere Worte einkleiden mußte, eines Theils zur Uebung der Sprachkraft, andern Theils zur Erlernung verschiedener Ansichten von ein und ebenderselben Aufgabe.

So lassen sich, um nur ein paar Beispiele anzuführen, die zwei ersten Aufgaben auch folgendermaßen ausdrücken:

1) Zu einer gegebenen Linie in einer ebenen Fläche die Lage eines Punktes zu bestimmen, der, verbunden mit einem der Endpunkte, einen gegebenen Winkel mit der Linie macht.

Hier zeigt sichs deutlich, daß es mehrere Punkte giebt, welche die verlangte Lage zur gegebenen Linie haben, indem nehmlich jeder Punkt der Linie, die

den gegebenen Winkel mit der gegebenen Linie macht, derselben entspricht; ferner sieht man, daß es zwei solcher Linien giebt, auf der rechten oder der linken Seite, über oder unter der gegebenen Linie. Wenn also nur ein Punkt der Aufgabe ein Genüge thun sollte, so müßten noch zwei Bedingungen hinzu gefügt werden; die eine müßte bestimmen: Ob der zu suchende Punkt rechts oder links, über oder unter der gegebenen Linie liegen soll; die zweite müßte die Wahl unter den noch übrigen möglichen Punkten fixiren.

2 a) Es ist eine gerade Linie und ein Punkt außerhalb derselben gegeben, man soll in derselben ebenen Fläche die Lage aller der übrigen Punkte angeben, welche die nehmliche Entfernung von der gegebenen Linie haben, die der gegebene Punkt hat. Hier entspricht die Parallele, die durch den gegebenen Punkt geht, der Aufgabe.

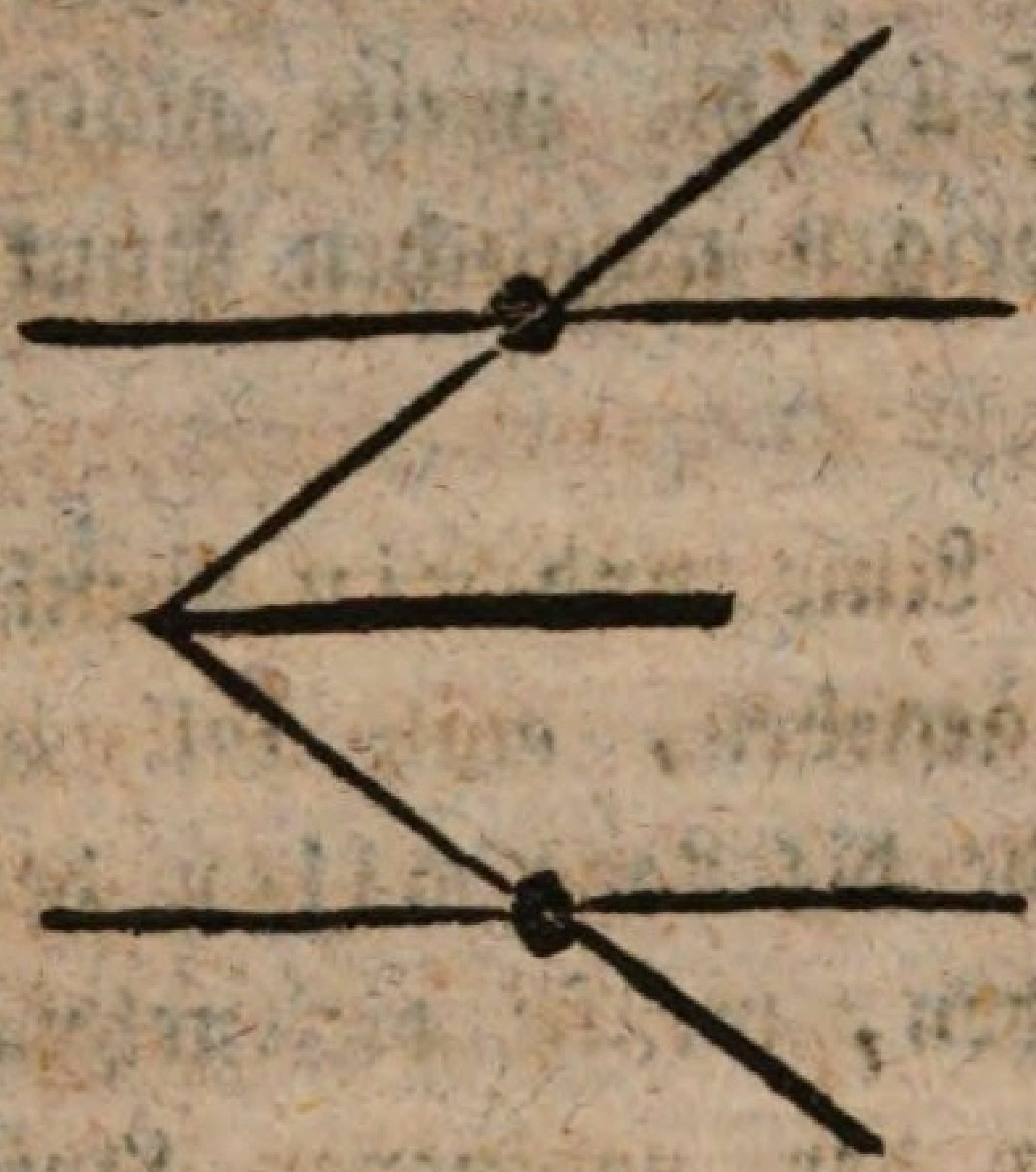
2 b) Zu einer gegebenen geraden Linie in einer ebenen Fläche die Lage derjenigen Punkte zu bestimmen, die eine gegebene Entfernung von ihr haben, das heißt, um eine bestimmte Größe von ihr abstehen.

Hier entsprechen zwei Parallelen der Aufgabe: nehmlich die oben und unten oder rechts und links der gegebenen Linie. Die Parallelen haben unter sich die doppelte gegebene Entfernung zu ihrem gegenseitigen Abstande. Diese und die erste Aufgabe

combinirte er gleich zu einer neuen, nehmlich zur folgenden:

Aufgabe. Man soll die Lage eines Punktes zu einer gegebenen Linie bestimmen, der eine gegebene Entfernung von derselben hat, und, verbunden mit einer ihrer Endpunkte, einen Winkel macht, welcher gleich ist einem gegebenen.

6



Die Auflösung ist so leicht, daß ein einziger Blick auf Figur 6. sie Dir schon deutlich machen muß. Es giebt zwei Punkte, die der Bedingung der Aufgabe ein Genüge leisten. Es müßte also angegeben seyn, ob der Punkt über oder unter der Linie, rechts oder links liegen solle? Ohnerachtet der Leichtigkeit, ward es mir doch auch in dieser Art Aufgaben anfangs schwer, meinem sich auch hier wieder so unwissend, als möglich, anstellenden Lehrer genügend deutlich zu seyn. Zuerst mußte ich die Aufgabe so klar, als möglich, machen, um dadurch leichter auf die Mittel zur Auflösung zu gelangen. Ohngefähr auf folgende Art machte ich es ihm verständlich:

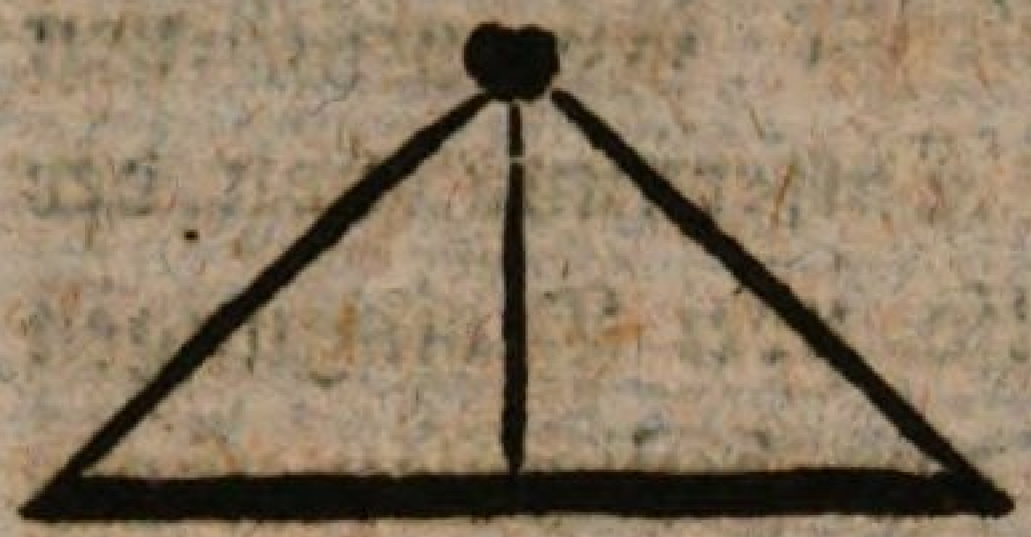
In der ebenen Fläche, in welcher die gegebene Linie liegt, sind unendlich viele Punkte möglich; jeder hat eine andere Lage, in Bezug auf die gegebene Linie; von allen diesen möglichen Punkten soll ich nun gerade denjenigen angeben, welcher, ver-

bunden mit einem der Endpunkte der gegebenen Linie, einen Winkel von der Größe des gegebenen macht, und auch eine gegebene Entfernung von der Linie hat. Der Punkt muß also zwei Bedingungen Genüge leisten. Ziehe ich von dem bestimmten Endpunkte der gegebenen Linie zu beiden Seiten gerade Linien, die den gegebenen Winkel mit der gegebenen Linie machen, so entspricht jeder Punkt dieser Linien der ersten Bedingung; der zu suchende Punkt ist also nur noch von diesen zu unterscheiden; unter den übrigen in der Ebene liegenden Punkten ist er nicht mehr zu suchen, so viel ist, vermöge der Construction, gewiß.

Ziehe ich zu beiden Seiten der Linie Parallellinien, die um die gegebene Größe von der gegebenen Linie abstehen, so entspricht jeder Punkt von ihnen der zweiten Bedingung, der zu suchende Punkt ist also auch unter ihnen; da er nun in beiden ersteren Linien und in beiden letztern liegen soll, so muß er nothwendig der Punkt seyn, der den Linien gemeinschaftlich ist; dieß sind die zwei Durchschnittspunkte zu beiden Seiten der gegebenen Linie, folglich sind diese die Punkte, die der Aufgabe ein Genüge leisten; also muß noch bestimmt werden, auf welcher Seite der Linie der Punkt liegen solle, um nur einen Winkel zu erhalten.

Nachdem dieß geschehen, mußte ich ihm die Aufgabe unter eine andere Ansicht zu bringen suchen:

7



Dieß geschah dadurch, daß ich den gefundenen Punkt mit den Endpunkten der gegebenen Linie verband, und folglich ein Dreieck erhielt, dessen Höhe offenbar die Entfernung ist, die der zu suchende Punkt haben soll, und wovon der eine Winkel an der Grundlinie dem gegebenen Winkel gleich ist. Obige Aufgabe lautet folglich, unter die Ansicht der Dreiecke gebracht, so: Man soll ein Dreieck zeichnen, wovon die Höhe und die Grundlinie und einer der Winkel an der Grundlinie gegeben ist. Auf dieselbe Art wurden die übrigen oben angeführten Aufgaben behandelt; immer mußte ich sie in andern Worten geben, unter andere Ansichten bringen, und zu neuen mit einander combiniren. Du siehst leicht ein, wie zweckmäßig dieß Verfahren ist, wie so ganz im Geiste der Methode; denn dadurch, daß ich jede Aufgabe mit andern Worten gebe, und unter andere Ansichten bringe, wird natürlicher Weise meine Einsicht über die innere Wahrheit derselben wesentlich erweitert, geschärft und gesichert, und dadurch, daß ich sie mit andern combinire, wird mir anschaulich, daß jede verwickelte Aufgabe doch nur aus einfachen Aufgaben bestehe, folglich durch Auflösung dieser jene selbst gelöset werden. Diese Einsicht treibt mich nothwendig an, nach der vollendeten Kenntniß der einfachen Grundaufgaben zu streben, und habe ich erst diese erreicht, dann genieße ich jener Erhö-

hung der innern Kraft, die nur durch Vollendung in den ersten Anfangspunkten erzielt werden kann; dann genieße ich alle Folgen jenes unaussprechlich wohlthuenden Gefühls, das nur Vollendung und Vollkommenheit, auch auf der niedersten Stufe, einzuflößen vermag.

Jede mögliche Bemerkung, die meine jedesmalige Kenntniß des Gegenstandes zu machen zuließ, wurde ich selbst zu machen veranlaßt, und jede derselben, die also ein selbsterworbenes, nicht erhaltenes Eigenthum waren, wurde als Anregungsmittel meiner Selbstthätigkeit zu weitern Nachforschungen angewandt. Um auch hier wieder nur ein Beispiel als Beleg anzuführen, so wurde ich bei der Lehre der Dreiecke, und bei Aufgaben, wie vorstehende, die Bemerkung zu machen veranlaßt, daß immer drei Stücke zur Bestimmung eines Dreiecks nöthig sind.

Diese Bemerkung führte natürlich zur Art und Weise, sich Aufgaben über die Dreiecke zu construiren, auch ohne Zusammensetzung der Grundaufgaben; denn da ein Dreieck, oder, mit andern Worten, die gegebene Lage von drei Punkten zur Anschauung darbietet

1) drei Seiten, das heißt, die Entfernung dreier Punkte unter sich;
2) drei Höhen, das heißt, die Entfernungen jedes Punktes von der Linie, welche die zwei andern Punkte verbindet;
3) drei Winkel;

also in allem 9 Stücke, und doch nur drei zur Bestimmung eines Dreiecks nöthig sind, so muß ja jede Verbindung zu drei von diesen neunen eine neue Aufgabe seyn. Nun kann aber jedes dieser Stücke noch unter verschiedenen Ansichten gegeben seyn, z. B. bei Seite können gegeben seyn:

a) die Seite einzeln;

b) 1. die Summe
2. die Differenz
3. das Produkt
4. das Verhältniß
} zweier Seiten;

c) die Summe aller Seiten;

d) die Summe
die Differenz
das Produkt
das Verhältniß
} von je zwei und zwei Seiten.

Auf ähnliche Art können die Data bei den Winkeln und Höhen verschieden seyn, folglich finden mehrere Combinationen Statt, daher wird auch die Anzahl der Aufgaben größer. — Nachdem ich solche Aufgaben durch die Verbindung der Data zu drei gemacht hatte, so war das nächste Geschäft, sie aufzulösen. Allein viele dieser Aufgaben mußten auf eine andere Weise aufgelößt werden, als die vorhergehenden, weil die Grundaufgaben, woraus sie bestehen, nicht so sichtbar sind, als bei jenen, die man aus der Verbindung der Grundaufgaben entstehen sah; ich hatte also vermittelst obiger Bemerkung auch diese Auflösungsart kennen gelernt. Ich will Dir hier auf eben die Art, wie

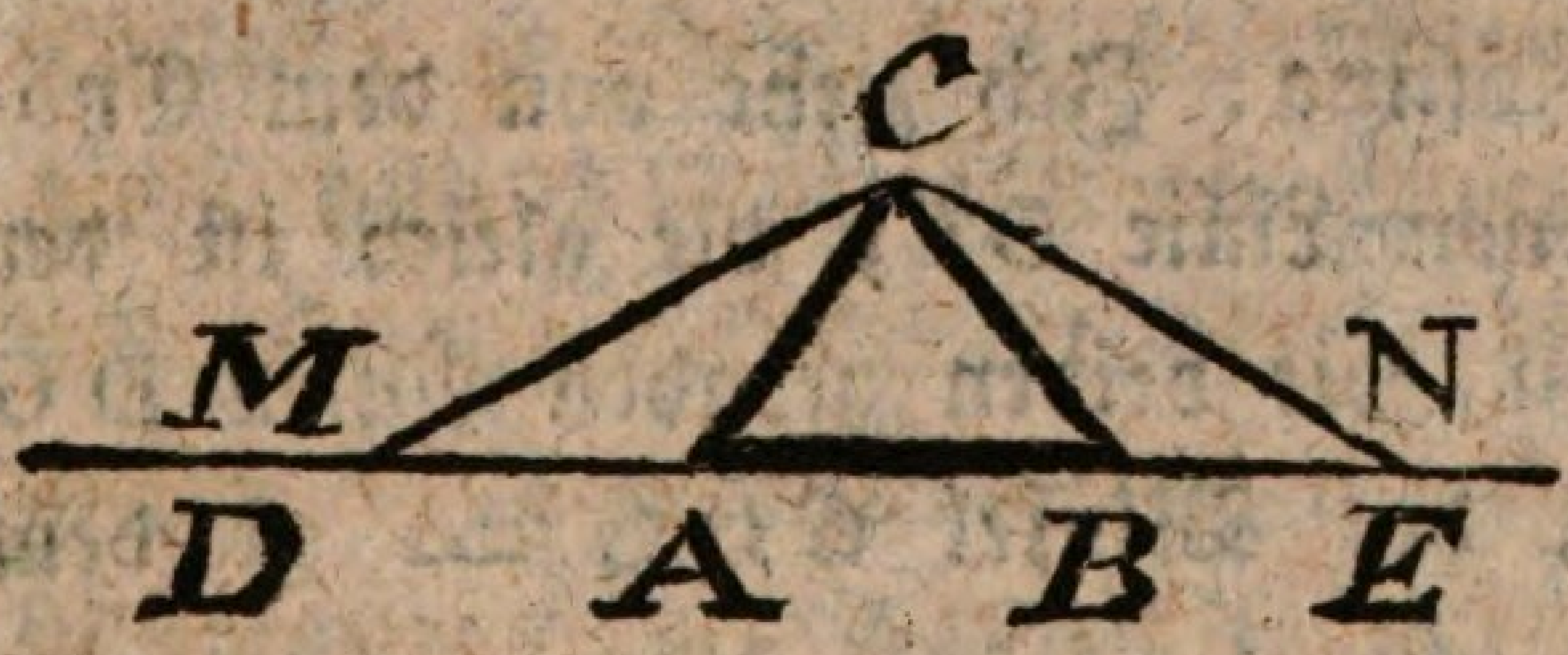
vorher, erst einige Aufgaben mit der Auflösung, als Muster, und dann einige ohne Auflösung, zu Deiner Uebung, geben.

Aufgabe. Die Summe aller Seiten eines Dreiecks, und die Winkel, einzeln genommen, sind gegeben; man soll das Dreieck zeichnen. —

Antwort. Da der dritte Winkel eines Dreiecks bekannt ist, wenn man die beiden übrigen kennt; so sind, wenn die Winkel eines Dreiecks gegeben sind, doch nur zwei Data gegeben, also auch hier nur 3 Data zur Auflösung.

Auflösung. Ich will sie Dir ganz ausführlich geben. Da mir die Data ohne Zusammenhang gegeben sind, so muß ich diesen erst aufzufinden suchen, um dann, nach erlangter Einsicht in den Zusammenhang derselben, bei den zusammenhangslosen Datis denselben hervorbringen zu können, und dadurch die Aufgabe selbst gelößt zu haben. Dieß kann ich aber nur dadurch bewirken, daß ich mir irgend ein Dreieck, z. B. das Dreieck A, B, C, Fig. 8. als das zu findende denke, also die Aufgabe als aufgelößt

8



annehme, und mir nun die einzelnen Data heraushole, also hier, da die Winkel an sich schon da sind, nur die Summe der Seiten; diese finde ich, wenn ich A B zu beiden Seiten unbestimmt verlängere nach M und N, dann den Cirkel in A ein-

setze, und mit der Eröffnung = AC auf AM eine Linie AD = AC, und eben so auf der andern Seite eine Linie BE = BC abstecke. Die Linie DE ist also = AC + AB + CB = der Summe des Dreiecks. Ist nun das Dreieck ABC das zu findende, wie die Annahme wirklich ist, so hat C eine bestimmte Lage gegen die Punkte D und E; er muß durch die Verbindung dieser Punkte mir irgend etwas Näheres angeben können. Ich verbinde sie, und finde auch wirklich dadurch zwei gleichschenklichte Dreiecke, wovon die Linien DE und CE die ungleichen Seiten sind; die an ihnen anliegenden Winkel sind demnach wieder gleich, und da der Winkel CAB, als Außenwinkel des Dreiecks DAC = ist dem Winkel CDA + ACD, so ist also jeder die Hälfte davon; eben so ist auf der andern Seite, aus dem nehmlichen Grunde, der Winkel $\frac{CBA}{2}$ = CEB = ECB.

Die Kenntniß dieser Winkel führt mich nun zur folgenden Auflösung: Ich ziehe von dem Endpunkte der gegebenen Linie DE, die gleich ist der Summe der Seiten, die beiden geraden Linien DG und EF, so daß der Winkel GDE = ist dem Winkel $\frac{CAB}{2}$, und der Winkel FED = dem Winkel $\frac{CBA}{2}$, welches ich thun kann, da mir die Winkel CAB und ABC gegeben sind; dort wo die Linien DG und EF sich scheiden, das heißt,

in C, ist eine der drei Spitzen des Dreiecks; von diesem Punkt C ziehe ich die Linie CA und CB, so daß der Winkel DCA = CDA und der Winkel ECB = CEB; das Dreieck CAB ist dann das gesuchte, denn es ist der Winkel CAB, als Außenwinkel des Dreiecks DAC = dem doppelten Winkel CDA, und da dieser Winkel CDA gleich dem halben gegeben war, so ist DAC gleich dem ganzen; eben so hat, aus den nehmlichen Gründen, der Winkel CBA die gegebene Größe, demnach wäre den Bedingungen der Aufgabe in Ansehung der Winkel eine Genüge geleistet, und was die Seiten betrifft, so ist vermittelst der Construction deutlich, daß DA = AC, und BE = BC, folglich auch DA + AB + BE = AC + AB + BE = der gegebenen Summe der Seiten. —

Zweite Aufgabe. Die Grundlinie, ein anliegender Winkel und die Summe der zwei übrigen Seiten sind gegeben, man soll das Dreieck zeichnen.

Auflösung. Es sey ABC das zu findende Dreieck, so sind AB die Grundlinie, die Winkel ABC und AC + CB die Data. Verlängert man CB, so daß CD = AC ist, so ist DB = AC + BC gleich der gegebenen Summe der Seiten; durch die Verbindung des Punkts D mit A erhält man ein gleichschenklichtes Dreieck ACD; wenn man also erst das Dreieck ABD hat, so läßt sich der Punkt C sehr leicht finden, indem man von A aus nur eine Linie zu ziehen hat, die mit AD einen Winkel macht gleich dem Winkel CDA, oder indem man

auf die Mitte F der Linie DA eine rechtwinklichte Linie FC zieht, dadurch würde alsdann die Aufgabe aufgelößt seyn; nun kann man aber aus den Datis unmittelbar das Dreieck ABD zeichnen, denn man zieht erst AB, dann von B aus BD unter dem gegebenen Winkel, und verbindet D mit A, folglich läßt sich auch das übrige, der Punkt C, nach obenangegebener Art finden. Nun einige Aufgaben zu Deiner Uebung.

Erste Aufgabe. Ein Dreieck zu bilden, wovon man die Grundlinie, einen anliegenden Winkel und die Differenz der übrigen Seiten kennt.

Zweite Aufgabe. Von einem dreiwinklichten Dreieck ist die dem rechten Winkel gegenüber stehende Seite und die Differenz der beiden den rechten Winkel einschließenden Seiten gegeben; man soll das Dreieck zeichnen.

Willst Du mehr Aufgaben haben, so kannst Du Dir sie leicht nach obiger Tabelle selbst construiren; dort wirst Du zwar finden, daß Aufgaben vorkommen, die man mit der bloßen Kenntniß der Gleichheit der Dreiecke nicht zu lösen vermag, aber demohnerachtet construirte ich mir die Aufgaben doch, denn die Bemerkung der Unauflösbarkeit für mein damaliges Wissen, und die Einsicht von der Möglichkeit der Auflösung, machten mich nach der Kenntniß der übrigen Eigenschaften der Dreiecke begierig, und wie ich die Lehre von der Aehnlichkeit der Dreiecke inne hatte, so waren diese mir zugleich Mittel, schon gehabte Aufgaben auch auf eine an-

dere

dere Art aufzulösen, z. B. die erste Aufgabe läßt sich auch folgendermaßen auflösen: Durch die gegebenen Winkel ist die Form des Dreiecks bestimmt; ich zeichne also irgend ein Dreieck, das die verlangten Winkel hat, so ist dasselbe dem zu zeichnenden ähnlich; die gegebene Summe der Seiten dient zur Bestimmung der Größe. Ist die Summe des gezeichneten ähnlichen Dreiecks gleich der gegebenen, so ist zufälliger Weise das Dreieck auch zugleich das gesuchte; ist die Summe aber kleiner oder größer als die gegebene, so kommt es nur darauf an, die einzelnen Linien verhältnißmäßig zu vergrößern oder zu verkleinern; dieß findet man aber, wenn man bedenkt, daß sich die Summe der Seiten des gezeichneten Dreiecks zu irgend einer seiner Seiten verhält, wie die gegebene Summe zu der ähnliche Lage habenden Seite des zu suchenden Dreiecks; man hat also nur diese geometrisch durch Parallellinien zu suchen nöthig, um das Dreieck zu zeichnen. —

Ganz auf ähnliche Art, wie die Lehre von den Dreiecken, wurde die Lehre von den Vierecken, deren Vergleichung unter sich und mit den Dreiecken, und die daraus folgenden Flächenberechnungen, vorgenommen. Bei den Aufgaben und ihrer Auflösung mußte ich immer so bestimmt, wie möglich, zu Werke gehen; immer zuerst untersuchen: welche Fälle möglich sind? dann: welcher von diesen Fällen aus den Datis erkennbar ist? ferner: auf welchen Fall die vorliegende Aufgabe passet? endlich:

ob hinlängliche Data vorhanden sind? das heißt, ob die Aufgabe bestimmt ist? Erst nach diesen Untersuchungen durfte ich zu der eigentlichen Auflösung schreiten.

Bei den Cirkeln mußte ich erst die möglichen Verbindungen eines Cirkels und einer geraden Linie aufsuchen, ihre Eigenschaften, Namen u. s. w. kennen lernen; dann wurden die wichtigeren Verbindungen eines Cirkels und zweier geraden Linien vorgenommen; dieses führte also z. B. auf die Lehre von dem Messen und Vergleichen der Winkel, von den Eigenschaften der Peripherie-, der Tangenten- und Secanten-Winkel.

Als ich an die Lehre von dieser Art Winkel kam, so war meine innere Anschauungskraft schon so geübt, daß ich sie ohne Hülfe der Figuren erlernte, und zwar sogar auf einer Reise, die wir zusammen machten, im Wagen. — Ich sage Dir das Letztere, um Dir zu zeigen, wie sehr durch diese zweckmäßige Behandlungsart die innere Anschauungskraft gestärkt werden kann, und um Dich auf den Nutzen aufmerksam zu machen, den jene Behandlungsart gewähret; durch sie lernen wir nehmlich, unabhängig von äußeren Umgebungen, mit voller Freiheit thätig seyn, alles fest halten, ruhig beschauen, und mit Ernst untersuchen, ohne daß äußere Umgebungen uns zu stören vermögen; gewiß ein großer Gewinn für das praktische Leben! Ja, wirst Du vielleicht einwenden, das ist alles recht gut, aber mit allem dem können die Zöglinge

dennoch keine Anwendung machen, und ohne wirkliche Anwendung hat unser Wissen keinen Werth. — Aber, lieber Freund! ist nicht schon die Verstandesentwickelung ein großer Gewinn? Verdient das Wissen an sich nicht schon, daß wir darnach streben? Muß immer einer jeden Wahrheit sogleich eine Anwendung im praktischen Leben folgen? Soll erst durch die Anwendung die Wahrheit für uns Werth erhalten? Doch, damit Du siehst, daß die Anwendungen nicht vergessen werden, so lege ich Dir die Tabelle über die in der praktischen Geometrie vorkommenden Grundaufgaben bei, die mir erklärt worden sind.

Jede praktische Aufgabe hat, so wie jede theoretische, ihre Grundaufgabe, deren einzelne Lösung die zusammengesetzten Aufgaben selbst auflösen; auf diesen Satz gründet sich folgende

Tabelle über die in der praktischen Geometrie vorkommenden Grundaufgaben:

I. Linien abzustecken.

A. Gerade Linien:

1) auf einer Ebene,

2) über einen Berg,

a) wenn zwei Punkte in denselben gegeben sind:

α) einander sichtbar,

β) einander unsichtbar;

b) wenn mehrere Punkte gegeben sind;

3) durch einen Wald:

a) wenn man davon keinen Grundriß hat,

b) wenn man davon einen Grundriß hat;

4) auf einer Linie einen Perpendikel aus einem gegebenen Punkte aufzurichten:

a) blos mit der Meßschnur:

α) durch Verzeichnung eines gleichschenklichten Dreiecks,

β) durch Verzeichnung eines rechtwinklichten Dreiecks;

b) vermittelst eines dazu bereiteten rechtwinklichten Triangels;

c) mit der Kreuzscheibe, dem Astrolabio.

5) Parallellinien zu ziehen:

a) wenn man an die Linien kommen kann, mit der eine gleichlaufende Linie gezogen werden soll,

b) wenn man nur zu zwei Punkten kommen kann,

c) wenn man zu keinem kommen kann:

α) wenn beide Punkte,

β) wenn nur einer,

γ) wenn keiner sichtbar ist.

B. Krumme Linien:

1) Cirkel:

a) vermittelst der Meßkette oder Meßschnur, deren eines Ende man mit einem Stabe an einem Punkte befestiget, und an deren anderes Ende man noch einen anderen Stab bringt, und damit um den befestigten Punkt herum die Peripherie ziehet;

b) vermittelst einer Ausssteckung von mehreren geraden, gleichen, vom Mittelpunkte ausgehenden Linien.

2) Ellipse:

a) vermittelst einer Schnur, deren Länge gleich ist der großen Axe, und deren Ende in den Brennpunkten befestiget ist;

b) durch Absteckung berechneter Ordinate.

II. Winkel abzustecken:

1) mit Instrumenten:

a) Meßtisch,

b) Winkelscheibe,

c) Boussole,

d) Astrolabium, Theodolit ꝛc.

2) ohne Instrumente, blos mit Meßketten, Schnüren ꝛc.

a) einen Winkel = 90° abzustecken,

b) einen Winkel = 60° abzustecken,

c) einen Winkel zu halbiren.

III. Winkel zu messen, auf- und abzutragen:

1) mit Instrumenten,

2) ohne Instrumente:

a) wenn die Winkel übersehen,

b) wenn die Winkel nicht übersehen werden können.

IV. Linien zu messen:

A. in horizontaler Richtung (Weiten oder Entfernungen):

1) wenn man unmittelbar an ihre Endpunkte kommen kann,

2) wenn man nur mittelbar dazu gelangen kann:
   a) in gerader Richtung,
   b) in nicht gerader Richtung;
3) wenn man nur zu einem Endpunkte gelangen kann:
   a) ohne } Winkelmesser;
   b) mit }
4) wenn man zu keinem der Endpunkte gelangen kann;

B. in schiefer Richtung:
1) wenn man ihre eigentliche Länge wissen will (hier kommen die vorhergehenden Fälle vor);
2) wenn man die Länge ihrer horizontalen Projection zu wissen verlangt;

C. in Perpendicular-Richtung.

V. Höhen zu messen:
1) zu deren Fußpunkte man kommen kann:
   a) mit Hülfe der Stäbe,
   b) der Winkelmesser,
   c) des Schattens,
   d) des Spiegels;
2) zu deren Fußpunkte man nicht kommen kann.

VI. Tiefen zu messen:
   a) Gewölbe,
   b) Thäler,
   c) Schluchten.

XI. b)

Anspach den 20. Sept. 1804.

Beinahe hätte ich vergessen, Dich mit einer Uebung bekannt zu machen, die mir von großem Nutzen, sowohl für den öffentlichen, als für den häuslichen Unterricht zu seyn scheint.

Es ist das Dictiren von Figuren, denen gewöhnlich das Quadrat zum Grunde lieget; sie werden vorgenommen, sobald die Kinder ein Quadrat richtig zu zeichnen vermögen. Es bedarf wohl kaum einer Erinnerung, daß man auch hier vom Leichteren zum Schwereren, vom Einfachen zum Zusammengesetzten fortschreitet, und sich nach dem Grade des Wachsthums der Kenntnisse und Kräfte der Kinder richtet. Diese Uebung gewähret mannichfaltigen Nutzen; sie hält die Kinder lange bei den geraden Linien, der Grundlage aller zeichnenden Künste, auf; sie übt die Kinder im Eintheilen der geraden Linien, schärfet also ihr Augenmaaß; sie entwickelt, übt und stärkt die Sprachkraft der Kinder; sie lehrt sie bemerken, vergleichen, unterscheiden, und sich über das, was sie bemerkten, verglichen und unterschieden, richtig und bestimmt ausdrücken. Durch sie wird die Selbstthätigkeit der Kinder zu eignen Erfindungen angeregt, und

so wie mit ihr eine große Anzahl von Kindern zugleich beschäftiget werden kann, so kann sie auch dazu benutzt werden, um Kinder zum häuslichen Fleiße zu gewöhnen, oder sie, während daß mit andern andere Gegenstände des Unterrichts vorgenommen werden, nützlich zu beschäftigen. Doch, die Beschreibung dieser Uebungen wird ihr bester Lobredner seyn.

Lehrer. Ich ziehe eine wagerechte Linie; ziehet sie nach! — (indem er eine solche Linie zieht).

Kinder (indem jedes gleichfalls eine wagerechte Linie zieht). Ich ziehe eine wagerechte Linie.

Lehrer. Was habt ihr gemacht?

Kinder. Wir haben eine wagerechte Linie gezogen.

Lehrer (indem er mit der Kreide von dem rechten Endpunkte der wagerechten Linie eine senkrechte Linie von gleicher Länge mit jener abwärts ziehet). Von dem rechten Endpunkte der wagerechten Linie ziehe ich abwärts eine senkrechte Linie, die so lang ist, als die wagerechte Linie.

Kinder (wiederholen dieses, indem sie dieselbe Linie ziehen).

Lehrer. Was habt ihr gemacht?

Kinder. Wir haben rc.

Dieses Wiederholen, oder eigentlich, Beschreiben dessen, was sie gethan haben, geschieht im Takte von allen Kindern zugleich, und der Lehrer hat

dahin zu sehen, daß keines der Kinder im Sprechen zurückbleibt.

Lehrer. Was ist durch diese Verbindung der wagerechten und der senkrechten Linie entstanden?

Kinder. Durch die Verbindung der wagerechten und der senkrechten Linie ist ein rechter Winkel entstanden.

Lehrer. Von dem linken Endpunkte der wagerechten Linie ziehe ich abwärts eine zweite senkrechte Linie, die so lang ist, als die wagerechte Linie, und also auch so lang (oder so groß), als die erste senkrechte Linie.

Kinder. Von dem rc.

Lehrer. Was habt ihr gethan?

Kinder (wie oben).

Ich werde indessen die Wiederholungen der Kinder auf die Frage des Lehrers: Was habt ihr gethan, und die sich darauf beziehenden Antworten der Kinder künftig als bekannt voraussetzen und übergehen.

Lehrer. Was ist durch die Verbindung der zweiten senkrechten Linie mit der wagerechten Linie entstanden?

Kinder. Durch u. s. w. ist ein zweiter rechter Winkel entstanden.

Lehrer. Ich verbinde die Endpunkte der beiden senkrechten Linien durch eine zweite wagerechte Linie.

Kinder. rc.

Lehrer. Was für Winkel bildet die zweite wagerechte Linie mit den beiden senkrechten Linien?

Kinder. Die zweite rc. bildet mit den beiden rechten Linien rechte Winkel.

Lehrer. Wie viele rechte Winkel macht die zweite wagerechte Linie rc.?

Kinder. Die zweite rc. macht rc. zwei rechte Winkel.

Lehrer. Was für eine Figur ist durch die rechtwinklichte Verbindung der beiden wagerechten und der beiden senkrechten Linien entstanden?

Kinder. Durch die Verbindung rc. ist ein Quadrat entstanden *).

Lehrer (indem er in der Mitte der obern Seite des Quadrats einen Punkt macht). Ich theile die obere Seite des Quadrats durch einen Punkt in zwei gleiche Theile.

Kinder. Ich rc. **)

Lehrer. Ich theile die untere Seite des Quadrates durch einen Punkt in zwei gleiche Theile (indem er dieses thut).

Kinder. Ich rc.

*) Hier kann der Lehrer füglich die Definition des Quadrates wiederholen lassen, indem er den Kindern sagt: Ein Quadrat ist eine durch vier gerade, gleich lange, rechtwinklicht verbundene Linien begrenzte Fläche.

**) Wenn die Kinder, wie es zuweilen geschehen dürfte, sagen sollten z. B. die obere wagerechte Linie, anstatt die obere Seite des Quadrates, so macht sie der Lehrer sofort auf diesen Fehler im Ausdrucke dadurch aufmerksam, daß er sie fragt: Wie nennen wir die Linien, sobald sie mit einander zum Quadrate verbunden sind? Kinder. Die Linien rc. nennen rc. wir Seiten des Quadrats.

Lehrer. Von dem Theilungspunkte der oberen Seite des Quadrats nach der linken untern Ecke ziehe ich eine gerade Linie.

Kinder. Von ꝛc.

Lehrer. Was hat sich durch die Linie, die wir von dem Theilungspunkte der oberen Seite des Quadrats nach der linken untern Ecke des Quadrats gezogen haben, in dem Quadrate verändert?

Kinder. Durch die Linie ꝛc. ist das Quadrat in zwei Theile getheilt worden.

Lehrer. Recht! Aber sind diese zwei Theile, in welche das Quadrat getheilt worden ist, gleich?

Kinder. Nein, die beiden Theile ꝛc. sind nicht gleich.

Lehrer. Welcher Theil des Quadrates ist größer, der auf der rechten, oder der auf der linken Seite?

Kinder. Der Theil auf der rechten Seite ist größer, als der auf der linken.

Lehrer. Was sind es für Figuren, in welche das Quadrat jetzt zertheilet worden ist?

Kinder. Das Quadrat ist in ein Dreieck und in ein Viereck zertheilt worden.

Lehrer. Was für Winkel bildet die schräge Linie mit der obern Seite des Quadrats?

Kinder. Die schräge Linie bildet mit der oberen Seite des Quadrats auf der rechten Seite einen stumpfen, und auf der linken Seite einen spitzen Winkel.

Lehrer. Was für Winkel ꝛc. mit der untern Seite des Quadrats?

Kinder. Die ꝛc. auf der rechten Seite einen spitzen ꝛc.

Lehrer. Von dem Theilungspunkte der oberen Seite des Quadrates nach der rechten untern Ecke ziehe ich eine gerade Linie.

Kinder. Von ꝛc.

Lehrer. Was hat sich durch die Linie, die wir von dem Theilungspunkte der oberen Seite des Quadrats nach der rechten untern Ecke gezogen haben, verändert?

Kinder. Durch die Linie ist das Viereck, das durch die erste schräge Linie entstanden war, in zwei Theile getheilt worden.

Der Lehrer fragt wie zuvor: Ob in gleiche Theile? Was für Figuren entstanden sind? Was für Winkel diese zweite, schräge Linie bildet:

a) mit den Seiten, das ist, mit der oberen, der unteren, der rechten Seite des Quadrates;
b) mit der ersten schrägen Linie?

Dann weiter: Wie viel Figuren sind jetzt im Quadrate vorhanden?

Kinder. Drei Figuren sind da.

Lehrer. Was für Figuren sind es?

Kinder. Es sind Dreiecke.

Lehrer. Sind die drei Dreiecke alle gleich groß?

Kinder. Nein, die drei Dreiecke sind nicht gleich groß; nur die beiden Dreiecke an den Seiten

sind von gleicher Größe; das mittlere ist größer, als jedes von den beiden Dreiecken an den Seiten *).

Lehrer. Ich ziehe aus der linken obern Ecke nach dem Theilungspunkte der untern Seite des Quadrates eine gerade Linie. (Hier werden die nehmlichen Fragen wiederholt, die nehmlichen Erläuterungen gegeben, wie bei den vorhergehenden zwei schrägen Linien.) Dann weiter: Ich ziehe aus der rechten obern Ecke nach dem Theilungspunkte der untern Seite des Quadrats eine gerade Linie. (Hier werden gleichfalls die nehmlichen Fragen, in der nehmlichen Ordnung, wie zuvor, gethan.)

*) Sind die Kinder, mit welchen diese Uebung vorgenommen wird, schon so weit, daß sie wissen, daß die Diagonale jedes regelmäßige Viereck in zwei gleiche Theile theilt, so fragt der Lehrer hier weiter: Um wie viel ist das mittlere Dreieck größer, als jedes der Seiten-Dreiecke? Die Kinder werden dann antworten: Das mittlere Dreieck ist 2 Mal so groß (noch ein Mal so groß), als jedes der beiden Seiten-Dreiecke, oder es ist so groß, als die beiden Seiten-Dreiecke zusammengenommen. Lehrer. Warum? Kinder. Wenn ich mir von dem Theilungspunkte der oberen nach dem Theilungspunkte der untern Seite des Quadrates eine gerade Linie gezogen denke, so theilet diese Linie das Quadrat in zwei gleiche Rechtecke; die Linie, welche von dem Theilungspunkte der obern Seite nach der linken untern Ecke gezogen ist, theilt das linke Rechteck in zwei gleiche Theile; das linke Seiten-Dreieck ist also die Hälfte des linken Rechtecks, folglich der vierte Theil des ganzen Quadrats; eben so theilt die Linie, die von dem Theilungspunkte der obern Seite des Quadrates rc. das rechte Rechteck in zwei gleiche Theile, also rc. mithin betragen das linke und das rechte Seiten-Dreieck zusammen $\frac{2}{4}$ oder die Hälfte des ganzen Quadrats; das mittlere Dreieck beträgt folglich auch $\frac{2}{4}$ oder die Hälfte des Quadrats, und ist also eben so groß, wie beide Dreiecke zusammen, und noch ein Mal so groß, als jedes einzelne der beiden Seiten-Dreiecke.

Lehrer. In wie viele Figuren ist das Quadrat jetzt eingetheilt?

Kinder. Das Quadrat ist in sieben Figuren eingetheilt.

Lehrer. Was für Figuren sehen wir jetzt in dem Quadrate?

Kinder. Vierecke und Dreiecke.

Lehrer. Wie viel Vierecke und wie viel Dreiecke sehet ihr jetzt vor euch?

Kinder. Wier sehen ein Viereck und sechs Dreiecke vor uns.

Lehrer. Ist dieses Viereck ein regelmäßiges oder ein unregelmäßiges Viereck?

Kinder. Dieses Viereck ist ein regelmäßiges Viereck.

Lehrer. Warum?

Kinder. Ein Viereck, das vier gleiche Seiten hat, ist ein regelmäßiges Viereck; dieses Viereck —

Lehrer. Welches Viereck?

Kinder. Das innere Viereck, das auf jeder Seite von drei Dreiecken eingeschlossen ist, hat vier gleiche Seiten, also ist es ein regelmäßiges Viereck.

Hier kann die Größe des Vierecks, der Dreiecke, ihr Verhältniß, sowohl unter sich, als zu dem ursprünglichen Quadrate berechnet und angegeben werden, welches ich Dir selbst überlassen will, um nicht zu weitläuftig zu seyn und Wiederholungen zu vermeiden.

Wenn nun diese Uebung an der gegebenen Figur für den Grad der Kenntniß der Kinder erschöpft ist, dann sagt der Lehrer den Kindern, indem er die so eben nach und nach an die Tafel gezeichnete Figur wegwischt: Jetzt will ich diese Figur zeichnen, und ihr sollt mir sagen, wie ich es anzufangen habe. Ihr wißt aber wohl, daß ich nicht richtig zeichnen kann, wenn ihr euch nicht richtig und bestimmt ausdrückt. Du (zu dem einen Knaben sich wendend) sollst anfangen; was soll ich machen?

Erster Knabe. Eine wagerechte Linie.

Lehrer. Hier; (sich an den folgenden Knaben wendend) was nun?

Zweiter Knabe. Eine senkrechte Linie abwärts, die so lang ist, als die wagrechte Linie.

Lehrer (zeichnet eine senkrechte Linie AB von der angegebenen Länge neben die wagerechte Linie, so, daß sie mit derselben nicht verbunden ist; sogleich wird der Knabe seinen Fehler einsehen und verbessern, indem er sagt: von dem rechten Endpunkte der wagerechten Linie eine senkrechte Linie abwärts, die rc.)

Ein dritter Knabe. Von dem linken Endpunkte der wagerechten Linie eine senkrechte Linie, die so lang ist, als die wagerechte Linie.

Lehrer (indem er aufwärts eine Linie CD zieht). So, das ist die Linie, die du mir beschrieben hast.

Der Knabe. Nein, so ist es nicht recht, sie muß abwärts gehen.

Lehrer. Also, wiederhole es mir noch einmal, was ich thun soll.

Knabe. Du sollst von dem linken Endpunkte der wagerechten Linie abwärts eine senkrechte Linie ziehen.

Lehrer (indem er eine senkrechte Linie zieht, die länger ist, als die wagerechte, siehe die Linie CE).

Knabe. Nein, nicht so lang — nur so lang als die wagerechte Linie.

Lehrer (nachdem er es verbessert, zu einem vierten Knaben): Nun, Du!

Knabe. Jetzt mußt Du die Endpunkte der senkrechten Linien durch eine Linie verbinden.

Lehrer (indem er die beiden Endpunkte durch die krumme Linie FG verbindet). So! hier habe ich die Endpunkte durch eine Linie verbunden.

Knabe. Nein, durch eine gerade, wagerechte Linie.

Lehrer. Zeige mir doch einmal eine krumme wagerechte Linie! — Wiederhole noch einmal, was ich zu thun habe!

Knabe. Du mußt die Endpunkte der senkrechten Linien durch eine gerade Linie verbinden.

Lehrer (nachdem er dieses gethan, zu dem folgenden): Was soll ich jetzt thun?

Fünfter Knabe. Eine jede Seite des Quadrats durch einen Punkt in 2 gleiche Theile theilen.

Sechs-

Sechster Knabe. Von dem oberen Theilungspunkte der wagerechten Linie —

Lehrer. Welcher wagerechten Linie?

Knabe. Der obern wagerechten Linie.

Lehrer. Du sagtest: Von dem oberen Theilungspunkte; sage mir: Hat die obere wagerechte Linie zwei Theilungspunkte, einen oberen und einen unteren?

Knabe. Nein. Von dem Theilungspunkte der oberen wagerechten Linie mußt Du nach der linken Ecke des Quadrats eine gerade Linie ziehen.

Lehrer (indem er von diesem Punkte nach der linken oberen Ecke eine Linie I G zieht, oder vielmehr diesen Theil der oberen wagerechten Linie verstärkt). Diese Linie hättest Du sparen können, denn sie ist schon da.

Knabe. Nein, wenn ꝛc. nach der linken untern Ecke.

Lehrer. So (indem er die angegebene Linie zieht) ist es recht; denn nun kann ich keine andere Linie ziehen, als die Du verlangt hast. Weiter!

Siebenter Knabe. Von dem Theilungspunkte der oberen wagerechten Linie nach der rechten untern Ecke des Quadrats eine gerade Linie.

Achter Knabe. Von der linken obern Ecke nach der untern wagerechten Linie eine gerade Linie.

Lehrer (indem er aus der angegebenen Ecke nach irgend einem Punkte der wagerechten Linie die Linie CH zieht). Hier!

Knabe. Nein, nicht so, nach dem Theilungspunkte der untern wagerechten Linie.

Der Lehrer zieht nunmehr die angegebene Linie.

Neunter Knabe. Aus der rechten oberen Ecke des Quadrats nach dem Theilungspunkte der untern wagerechten Linie eine gerade Linie.

Lehrer (zieht diese Linie, mit der die verlangte Figur vollendet ist *).

Ich gebe Dir ein zweites Beispiel dieser Art, bei dem ich mich aber kürzer fassen kann, weil Du nun schon den Gang dieser Uebungen kennst.

Der Lehrer zeichnet ein Quadrat, dessen Seite beinahe so groß ist, als die kürzere Seite einer Schiefertafel. Vorsätzlich läßt man die Quadrate groß zeichnen, weil das der Hand mehr Freiheit und Festigkeit giebt.

Habt ihr es gethan? ꝛc.

Was ꝛc.

Theilet jede Seite des Quadrats durch einen Punkt in zwei gleiche Theile **).

Lehrer. Jeden der beiden gleichen Theile jeder Seite des Quadrats theilet nochmals durch einen Punkt in zwei gleiche Theile. — Wie ist jetzt eine jede Seite des Quadrats eingetheilt?

*) Diese Beschäftigung gewährt den Kindern viel Vergnügen — sie sind immer munter und lebhaft dabei.

**) Ich übergehe hier, wie schon gesagt, die Fragen: Habt ihr ꝛc. Was habt ihr ꝛc. und die darauf erfolgenden Antworten, um Wiederholungen zu vermeiden; allein der Lehrer darf sie nie übergehen, damit er jederzeit weiß, ob die Kinder sich dessen bestimmt bewußt sind, was sie gethan haben, und ob sie sich darüber richtig ausdrücken können.

Kinder. Eine jede Seite des Quadrats ist durch drei Punkte in vier gleiche Theile getheilt.

Lehrer. Von der linken Seite an gerechnet ziehet von dem ersten Theilungspunkte der oberen Seite des Quadrats nach dem ersten Theilungspunkte der unteren Seite des Quadrats eine gerade Linie *). In wie viel Theile ist das Quadrat durch diese senkrechte Linie getheilt worden?

Kinder. Das Quadrat ist durch diese senkrechte Linie — (besser noch, durch die senkrechte Linie, welche von dem ersten Theilungspunkte ꝛc.) in zwei Theile getheilt worden.

Lehrer. Wie viele Seiten und wie viele Winkel hat jeder dieser beiden Theile des Quadrats?

Kinder. Jeder der beiden Theile des Quadrats hat vier Seiten und vier Winkel.

Lehrer. Was für Winkel sind diese vier Winkel?

Kinder. Es sind vier rechte Winkel.

Lehrer. Wie heißt eine Fläche, die von vier rechtwinklicht verbundenen geraden Linien eingeschlossen wird?

*) Der Lehrer muß die Kinder gewöhnen, daß sie, so wie er den Punkt bestimmt angegeben hat, von wo sie eine Linie ziehen sollen, den Griffel sogleich in diesen Punkt einsetzen; ferner, daß sie, sobald sie den Punkt wissen, wohin, erst den Griffel in der dadurch gegebenen Richtung nach diesem Punkte hin bewegen, ehe sie die Linie wirklich ziehen, und dann erst, wenn sie die rechte Richtung abgesehen haben, die verlangte Linie mit dem Griffel ziehen. — Dieses ist wesentlich für das eigentliche Zeichnen, gewöhnt die Kinder zugleich zur Besonnenheit in dem, was sie vornehmen, und sichert sie davor, daß sie der zu ziehenden Linie eine falsche Richtung geben.

Kinder. Eine Fläche, die ꝛc. heißt ein Rechteck.

Lehrer. Die beiden Theile des Quadrats sind jeder durch vier rechtwinklicht verbundene Seiten gebildet; was sind es für Figuren? (wie nennt man diese Theile?)

Kinder. Es sind Rechtecke.

Lehrer. Sind diese beiden Rechtecke von gleicher Größe?

Kinder. Nein! das eine ist größer, als das andere.

Lehrer. Welches Rechteck ist das größere?

Kinder. Das Rechteck auf der rechten Seite ist das größere.

Lehrer. Beschreibt mir die Lage des größeren Rechtecks einmal noch genauer, nach den Linien, die es bilden.

Kinder. Das größere Rechteck ist dasjenige, welches gebildet wird: 1) von der senkrechten Linie, welche wir von dem ersten Theilungspunkte ꝛc. gezogen haben, dann 2) von der obern Seite des Quadrats —

Lehrer. Von der ganzen obern Seite des Quadrats?

Kinder. Nein, von der größern Hälfte der obern Seite des Quadrats —

Lehrer. Könntet ihr die Größe dieses Theils der obern Seite des Quadrats nicht genauer bestimmen?

Kinder. Von dem Theile der obern Seite des Quadrats, der von dem ersten Theilungs-

punkte dieser Seite bis zu ihrem rechten Endpunkte geht.

Lehrer. Richtig. Nun weiter! Das war die zweite Seite des größeren Rechtecks; jetzt folgt die dritte Seite.

Kinder. Ferner: 3) von der rechten Seite des Quadrats, und endlich 4) von dem Theile der untern Seite des Quadrats, der von dem Endpunkte dieser Seite anfängt, und bis zu ihrem ersten Theilungspunkte geht. (Auf gleiche Weise wird das kleine Rechteck beschrieben.)

Lehrer. Haben das große und das kleine Rechteck eine oder mehrere Seiten gemeinschaftlich?

Kinder. Das große und ꝛc. haben nur eine Seite gemeinschaftlich.

Lehrer. Welche Seite haben sie gemeinschaftlich?

Kinder. Die rechte Seite des kleinen Rechtecks und die linke Seite des großen Rechtecks haben beide Rechtecke gemeinschaftlich.

Lehrer. Welche Seiten haben das Quadrat und das große Rechteck (das Quadrat und das kleine Rechteck) mit einander gemein?

Kinder (antworten auf ähnliche Art, wie vorher, nur daß sie hier angeben, daß von der obern und untern Seite des Quadrats die Rechtecke nur Theile mit demselben gemein haben.)

Lehrer. Was ist das kleine Rechteck für ein Theil von dem Quadrate?

Kinder. Das kleine Rechteck ist der vierte Theil des Quadrats. (Dieses wissen sie aus der ersten Uebung des vierten Abschnitts der Anschauungslehre der Maaßverhältnisse, S. 71, und der Beweis braucht also hier nicht wiederholt zu werden.)

Lehrer. Wie verhält sich das kleine Rechteck zu dem großen Rechtecke?

Kinder. Das kleine Rechteck ist 1 Mal der dritte Theil des großen Rechtecks.

Lehrer. Wie verhält sich das große Rechteck zum Quadrate?

Kinder. Das große Rechteck ist gleich drei Mal dem vierten Theile des Quadrats.

Lehrer (ziehet von dem dritten Theilungspunkte der obern Seite des Quadrats nach dem dritten Theilungspunkte der untern Seite des Quadrats eine gerade Linie.) Hat sich durch diese Linie etwas verändert?

Kinder. Ja.

Lehrer. Was hat sich verändert?

Kinder. Das große Rechteck ist in zwei kleinere Rechtecke getheilt worden.

Lehrer. Sind diese beiden kleineren Rechtecke sich gleich?

Kinder. Nein, das eine ist noch ein Mal (zwei Mal) so groß, als das andere.

Lehrer. Welches Rechteck ist das größere?

Kinder. Das Rechteck auf der rechten Seite ist das größere.

Lehrer. Beschreibt mir einmal dieses Rechteck auf eine andere Art.

Kinder. Dasjenige Rechteck ist das größere, das eingeschlossen wird:

a) von dem Theile der obern Seite des Quadrats, der von ihrem ersten Theilungspunkte bis zu ihrem dritten Theilungspunkte gehet;

b) von dem gleichen Theile der untern Seite des Quadrates;

c) von der Linie, welche die ersten Theilungspunkte der oberen und untern Seite des Quadrats verbindet;

d) von der Linie, welche die dritten Theilungspunkte dieser beiden Linien verbindet.

Lehrer (ziehet von dem ersten Theilungspunkte der linken Seite des Quadrats nach dem ersten Theilungspunkte der rechten Seite des Quadrats eine gerade Linie). In wie viel Theile war das Quadrat eingetheilt, ehe ihr diese Linie zoget?

Kinder. In drei Theile.

Lehrer. Waren diese Theile Vierecke oder Dreiecke?

Kinder. Es waren Rechtecke.

Lehrer. Was hat sich nun durch die Linie, die ihr so eben gezogen habt, verändert

1) in Ansehung der Anzahl der Theile des Quadrats?

Kinder. Das Quadrat war vorher in drei Theile getheilt; jetzt ist es in sechs Theile getheilt.

Lehrer. Was hat sich aber durch die Linie, die ihr gezogen, verändert

2) in Ansehung der Form der drei Rechtecke, die vorher da waren?

Kinder. Das Rechteck auf der linken Seite des Quadrats ist durch diese Linie in zwei Theile getheilt worden; in ein kleines Quadrat und in ein Rechteck. Das mittlere große Rechteck —

Lehrer. Ist hier auch ein mittleres kleines Rechteck? *)

Kinder. Das mittlere Rechteck ist durch diese Linie in zwei kleinere Rechtecke, und das Rechteck auf der rechten Seite ist in ein Quadrat und in ein Rechteck getheilt worden.

Lehrer (fragt jetzt wieder, welches Verhältniß jeder einzelne Theil des Quadrats zu diesem, und welches sie unter sich haben; ziehet von dem dritten Theilungspunkte der linken Seite nach dem dritten Theilungspunkte der rechten Seite des großen Quadrats eine gerade Linie (hier werden die nehmlichen Fragen, wie bei der vorhergehenden Linie, gethan); ziehet von dem mittleren Theilungspunkte der oberen Seite nach dem mittleren Theilungspunkte der rechten Seite des Quadrats eine gerade Linie ꝛc.).

*) Der Lehrer hat bei diesen Uebungen vorzüglich auf Präcision des Ausdruckes zu sehen, daher er bei den Beschreibungen kein überflüßiges Wort gestatten, und durch solche Fragen die Kinder dahin führen muß, daß sie selbst das Unpassende oder Zwecklose solcher Ausdrücke einsehen und künftig vermeiden lernen.

Welche Theile des Quadrats sind durch diese Linie verändert worden?

Kinder. Das obere Rechteck und das Rechteck auf der rechten Seite sind verändert worden.

Lehrer. Was ist mit diesen Rechtecken vorgegangen?

Kinder. Die Linie, die wir zuletzt gezogen haben, hat diese beiden Rechtecke jedes in zwei Theile getheilt.

Lehrer. Sind die Theile gleich?

Kinder. Nein, die Theile sind ungleich.

Lehrer. In was für Theile ist jeder dieser Rechtecke jetzt eingetheilt?

Kinder. Ein jedes dieser Rechtecke ist in ein Viereck und in ein Dreieck eingetheilt.

Jetzt kommen wieder die Fragen von dem Verhältnisse dieser Theile unter sich und zu dem ganzen Quadrate; auch kann der Lehrer mit Nutzen Fragen thun, wie die folgende.

Lehrer. Was für eine Figur bilden wohl die drei Linien, die ich euch jetzt angeben werde:

1) die Hälfte der obern Seite des großen Quadrats von ihrem mittleren Theilungspunkte bis zu ihrem linken Endpunkte;
2) die Hälfte der linken Seite des Quadrats von ihrem oberen Endpunkte bis zu ihrem mittleren Theilungspunkte;
3) die Linie, welche die mittleren Theilungspunkte der obern und der rechten Seite des Quadrats verbindet?

Kinder. Die drei Linien, die Du uns angegeben hast, bilden ein Dreieck.

Lehrer. Wie verhält sich dieses Dreieck zu dem großen Quadrate?

Die Berechnung des Inhalts dieses Dreiecks hat, nach dem Vorhergehenden, gar keine Schwierigkeit für die Kinder.

Lehrer. Verbindet den zweiten Theilungspunkt der rechten und den zweiten Theilungspunkt der untern Seite des Quadrates durch eine gerade Linie. (Nun folgen wieder die Fragen, wie vorher.) Verbindet die mittleren Theilungspunkte der untern und der linken Seite des Quadrats durch eine gerade Linie *). Verbindet den zweiten Theilungspunkt der linken Seite mit dem zweiten Theilungspunkte der obern Seite des Quadrats. Nunmehr ist diese Figur vollendet, s. Figur 2. Jetzt fragt also der Lehrer wieder: In wie viel Theile ist das Quadrat eingetheilt?

Kinder. Das Quadrat ist in 17 Theile getheilt.

Lehrer. Sind diese 17 Theile alle gleich?

Kinder. Nein, die 17 Theile des Quadrats sind sich nicht alle gleich.

Lehrer. Wie viele und welche von diesen Theilen sind sich gleich?

*) Der Lehrer wird wohl thun, da, wo es möglich ist, in den Ausdrücken abzuwechseln, um die Sprache der Kinder zu bereichern, so z. B. hier: Punkte verbinden, von einem Punkte nach einem andern eine Linie ziehen; der mittlere, der zweite Theilungspunkt.

Kinder. Die vier Quadrate in der Ecke sind sich unter einander gleich; dann sind die vier Dreiecke, die das innere Quadrat einschließen, sich gleich, und die acht kleinen Dreiecke, welche von einer Seite eines größern Dreiecks, von einer Seite eines kleinen Quadrats in der Ecke, und von einem Theile der Seiten des großen Quadrats gebildet werden, sind sich unter einander gleich. Das mittlere (innere) Quadrat ist sich selbst gleich.

Lehrer. Was für ein Theil des großen Quadrats ist ein jedes der acht kleinen Dreiecke?

Kinder. Ein jedes der acht kleinen Dreiecke ist $\frac{1}{32}$ des großen Quadrats.

Lehrer (zu einem der Kinder). Beweise es!

Kind. Wenn das große Quadrat durch drei senkrechte und durch drei wagerechte Linien gleich eingetheilt wird, so entstehen 16 kleine Quadrate, wovon jedes $\frac{1}{16}$ des großen Quadrats ist; die Linie, welche die größere Seite eines der kleinen Rechtecke bildet, ist zugleich die Diagonale (dieser Ausdruck ist den Kindern zuvor, zugleich mit der Sache, gegeben worden) eines solchen kleinen Quadrats, oder eines Sechszehntheils des großen Quadrats; also theilt sie das Sechszehntheil in zwei gleiche Dreiecke, deren jeder die Hälfte eines Sechszehntheils, mithin $\frac{1}{32}$stel des großen Quadrats ist.

Lehrer. Was für einen Theil des großen Quadrats machen die acht kleinen Dreiecke zusammen aus? (Wie groß ist die Summe der acht klei-

nen Dreiecke im Verhältniß zu dem ganzen Quadrate?)

Kinder. Die acht kleinen Dreiecke zusammengenommen sind der vierte Theil (sind gleich dem vierten Theile) des ganzen Quadrats.

Der Beweis ergiebt sich aus dem Vorhergehenden; ich übergehe ihn daher hier.

Der Lehrer kann eben so das Quadrat, das durch die vier schrägen Linien gebildet wird, berechnen lassen; kurz, diese Uebungen bieten eine unendliche Mannichfaltigkeit und einen unerschöpflichen Stoff zur Entwickelung der Selbstthätigkeit und der inneren Anschauungskraft der Kinder dar. Der Lehrer vertauscht jetzt abermals die Rollen — die Kinder dictiren nun ihm die nehmliche Figur, auf die Art, wie ich es Dir bei der ersten Figur beschrieb, und thun an ihn oder unter sich Fragen über die Art der Eintheilung des Quadrats, über das Verhältniß der einzelnen Theile unter sich und zu dem Quadrate. Die Heiterkeit, der frohe Sinn der Kinder bei diesen Uebungen sind der sicherste Bürge ihrer Zweckmäßigkeit und Naturgemäßheit. Ich habe öfters die Knaben im Institute in ihren Freistunden damit beschäftiget gefunden, daß sie sich gegenseitig solche Figuren dictirten, und sie berechneten *).

*) Auch bei den Knaben, die ich seitdem selbst unterrichtete, habe ich die nehmliche Erfahrung gemacht; wenn sie zuweilen früher, als ich, ins Schulzimmer gekommen waren (welches sehr häufig der Fall war, da sie fast immer zu früh kamen), so dictirte der Eine den Uebrigen Figuren, die nicht selten, ihrer Zusammen-

Der Lehrer ziehet anfangs jede Linie selbst, die er dictirt; bald aber dictiret er, ohne selbst zu zeichnen, damit die Kinder nicht nach der Zeichnung an der Tafel sich richten, sondern selbstthätig das, was der Lehrer verlangt, produciren mögen. — — Eben so kann er einem der Kinder eine Figur geben, und es dieselbe den andern unter seiner Aufsicht dictiren lassen *).

Ich theile Dir hier eine dritte Figur mit, die, wegen ihrer Einfachheit, sich sehr leicht berechnen läßt.

Die vierte Figur, ein Rechteck, ist gleichfalls leicht zu berechnen, und empfiehlt sich auch dadurch, weil ein neuer Begriff darin vorkommt. Es muß nehmlich vermittelst der vier Durchschnittspunkte der Diagonalen der vier kleinen Rechtecke, aus denen das große Rechteck besteht, abermals ein Rechteck beschrieben werden; hier wird also den Kindern abermals mit der Anschauung der Sache der neue Begriff (eines Durchschnittspunktes), wenn sie ihn nicht schon zuvor hatten, gegeben **).

setzung nach, mir neu waren; auch zu Hause zeichneten sie ähnliche Figuren, und zeigten sie mir nachher.

*) Zuweilen habe ich, bei diesen Uebungen sowohl, als bei dem Zeichnen und Vergleichen der zehen senkrechten oder wagerechten Linien zufällig oder absichtlich mich undeutlich oder unrichtig ausgedrückt, und immer bemerkten es die Kinder sogleich, und machten mich durch Worte oder durch die Produkte ihrer Hand darauf aufmerksam; ein Beweis, daß diese Uebungen nicht bloßes Gedächtnißwerk sind, daß ihnen das Nachsprechen nicht mechanisch wird.

**) Diese Figur wird mir überdieß um deswillen unvergeßlich bleiben, weil, als ich sie in Stettin einem siebenjährigen Knaben dictirte,

Auch die fünfte Figur läßt sich gut berechnen. Es ist merkwürdig, daß die Kinder von selbst darauf kommen, regelmäßig krumme Linien, Cirkel, Ellipsen u. s. w. erst innerhalb der Quadrate, und dann unabhängig von diesen, zu zeichnen; zum Beweise mögen Dir die 6te, 7te, 8te, 9te und 10te Figur dienen, die ich Dir so mittheile, wie sie ein Knabe im Institute, Johannes Ramsauer, erfunden, und aus freier Hand gezeichnet hat; so wie die 11te Figur auf dieser, und die 12te und 13te auf der IIIten Tafel, die ein armes Mädchen von

dieser Knabe, der zuvor noch nie auf diese Weise beschäftiget worden war, allein von dem verdienstvollen Mahler Schmidt im Zeichnen unterrichtet ward, dieselbe nicht nur sogleich ganz richtig zeichnete, sondern sie mir auch ohne Fehler wieder dictirte: weil er ferner mich zwei Dinge lehrte, die ich nachher bei meinen kleinen Lehrlingen wieder anwandte; nehmlich, bei jeder zu ziehenden Linie erst, wie ich weiter oben, S. 275, schon erwähnte, die Richtung derselben mit dem Griffel zu bezeichnen, ohne noch die Linie wirklich zu ziehen, da denn die verlangte Linie mit desto größerer Genauigkeit gezogen werden kann, und nicht leicht eine falsche Linie gezogen werden wird. Dann, die Linien so fein und leicht zu ziehen, wie der Mahler den ersten Contour seines Gemäldes anlegt. — Auch ist bei dieser Figur der Beweis, daß das innere kleine Rechteck

1) dem großen Rechtecke ähnlich,
2) jedem der vier kleinen, in welchen das große Rechteck durch die Linien, welche
   a) die Theilungspunkte der obern und untern Seite,
   b) die Theilungspunkte der rechten und linken Seite desselben verbindet, zerfällt, gleich, also der vierte Theil des großen Rechtecks ist;
3) daß ein jeder Theil des innern kleinen Rechtecks dem correspondirenden Theile des großen Rechtecks ähnlich ist (indem beide Theile gleiche Winkel haben).

Dieser Beweis, sage ich, ist, da er bloß durch Hülfe der Anschauung gegeben werden kann, eben so belehrend, als unterhaltend.

9 Jahren, welches gleichfalls im Institute erzogen worden, erfunden, und aus freier Hand, die erste mit Hülfe eines Netzes, die beiden andern ohne Netz, gezeichnet hat. Die 14te, 15te, 16te und 17te Figur sind von einem andern Knaben gleichen Alters, Adrighetti, aus Bern, erfunden, und aus freier Hand, ohne Netz, gezeichnet *).

Ich gebe Dir hier noch die Skizze von einer zusammengesetzteren Figur.

Lehrer (zu den Kindern). Zeichnet ein Quadrat. Theilet jede der vier Seiten des Quadrats durch einen Punkt in zwei gleiche Theile. Theilet eine jede Hälfte einer jeden der vier Seiten des Quadrats durch zwei Punkte in drei gleiche Theile. (Sodann ist also jede Seite durch fünf Punkte in sechs gleiche Theile getheilt.) Verbindet durch gerade Linien den dritten Theilungspunkt der obern mit dem ersten der linken Seite des Quadrats, den zweiten der obern mit dem zweiten der linken Seite, den ersten der obern (immer von der linken zur

*) Ich besitze eine Menge ähnlicher Figuren, von verschiedenen Kindern verfertiget; indessen durfte ich nicht mehrere davon stechen lassen, um den Preis dieses Werkes nicht zu sehr zu vertheuern. Die 18te Figur hat einer von meinen Zöglingen, Karl Grimmer, ein Knabe von noch nicht 7 Jahren, erfunden, und ziemlich richtig, ohne Hülfe des Linials oder Zirkels, auf die Schiefertafel gezeichnet. Ich glaubte, sie hier mittheilen zu müssen, als einen Beweis, wie die angegebene Verfahrungsart auch hier, wo die Knaben nur zwei Stunden täglich an der Hand der Methode unterrichtet wurden, ähnliche Resultate, wie in Pestalozzi's Institute, hervorbrachte. Auch empfiehlt sie sich durch ein regelmäßiges Achteck, welches hier, aus freier Hand, ohne Hülfe der Instrumente, gezeichnet ist.

rechten gezählt,) mit dem dritten der linken, den dritten der linken mit dem ersten der untern, den vierten der linken mit dem zweiten der untern, den fünften der linken mit dem dritten der untern Seite. (Auf der andern Seite wird eben so verfahren.)

Du siehst hier in der Mitte ein regelmäßiges Zwölfeck entstehen, und um dasselbe her zwölf Vierecke und zwölf Dreiecke, wovon jedesmal vier sich vollkommen gleich sind.

Der Lehrer vereinbart sich mit den Kindern darüber, daß er die Seite des Zwölfecks, die er zuerst zog, die erste nennt, und von ihr an die übrigen zählt, und sagt nun ferner: Verbindet den rechten Endpunkt der ersten Seite des Zwölfecks mit dem linken Endpunkte der zweiten Seite; den rechten Endpunkt der dritten mit dem rechten Endpunkte der vierten Seite u. s. w.

Du siehst hier aus dem Zwölfecke in der Mitte ein regelmäßiges Sechseck entstehen, das von sechs gleichschenklichten, stumpfwinklichten Dreiecken eingeschlossen wird, deren Grundlinien zugleich die Seiten des Sechseckes bilden.

Verbindet den rechten Endpunkt der ersten mit dem linken der zweiten Seite des Sechsecks durch eine gerade Linie. Ziehet von dem linken der dritten nach dem rechten Endpunkte der vierten Seite eine gerade Linie u. s. w.

Du siehst hier ein gleichseitiges Dreieck entstehen, das durch drei gleiche, gleichschenklichte, stumpfwinklichte Dreiecke eingeschlossen wird, deren Grundlinien

linien zugleich die Seiten des gleichseitigen Dreiecks sind.

(Läßt der Lehrer bei dem Zwölfecke oder bei dem Sechsecke die Diagonalen ziehen, so entstehen bei dem ersten zwölf, bei dem andern sechs gleiche Dreiecke, wovon immer zwei eine Seite gemeinschaftlich haben, und deren Grundlinien zugleich Seiten des Zwölf- oder des Sechsecks sind.)

Ich habe es zwar noch nicht mit Kindern versucht, allein ich vermuthe, daß sich auch regelmäßig krumme Linien auf ähnliche Weise dictiren ließen; allenfalls auf folgende Art:

Lehrer (zeichnet ein Quadrat). Theilet jede Seite des Quadrats durch einen Punkt in zwei gleiche Theile. Verbindet die Theilungspunkte der obern und untern Seite durch eine gerade Linie; sodann die der rechten und der linken Seite des Quadrats ebenfalls durch eine gerade Linie. Ziehet von dem linken Endpunkte der obern Seite durch den Durchschnittspunkt der beiden Linien, die das Quadrat in vier gleiche Theile theilen, nach dem rechten Endpunkte der obern Seite eine regelmäßig krumme Linie, das heißt, eine solche, die in allen Punkten gleich weit von dem Theilungspunkte dieser obern Seite des Quadrats entfernt ist.

(Du siehst hier einen halben Cirkel entstehen, der durch die Linie, welche die beiden obern kleinen Quadrate gemeinschaftlich haben, wiederum in zwei Hälften, in Viertelcirkel, getheilt wird.)

Ferner: von dem linken nach dem rechten Endpunkte der untern Seite eine Linie, die in allen ihren Punkten gleich weit von dem Theilungspunkte der untern Seite entfernt ist.

Eben so wird auf jeder der beiden andern Seiten des Quadrates ein halber Cirkel beschrieben.

Auf ähnliche Art würde man den Kindern die Umrisse von Urnen, von menschlichen Köpfen, von vorne und von der Seite gesehen, mit den von den Zeichnern bestimmten Verhältnissen der einzelnen Theile, dictiren können; auch hier würde man nur langsam und Schritt für Schritt gehen dürfen, aber dann auch sicher zu dem gewünschten Ziele gelangen.

Diese Uebungen sind für den Lehrer, als Mittel, viele Kinder von den verschiedensten Fähigkeiten zugleich, und auch während er mit andern Kindern andere Gegenstände des Unterrichts vornimmt, nützlich zu beschäftigen, sehr wichtig. Das Selbsterfinden der Figuren übt ihre Imagination, entwickelt und bildet ihren ästhetischen Sinn — eine Behauptung, welche sich durch die Figuren, die ich Dir mittheilte, vollkommen rechtfertiget. Nach meiner innigsten Ueberzeugung ist übrigens der Umstand, daß die Kinder so lange bei den geraden Linien und bei geradlinichten Figuren festgehalten werden, der Entfaltung und höheren Ausbildung des Schönheitssinnes nicht nur nicht im geringsten hinderlich, sondern sogar gerade in dieser Hinsicht wesentlich nothwendig; denn, wenn gleich die ge-

rade Linie nicht die Schönheitslinie ist, so ist sie doch das Element derselben; daß die Linie krumm ist, das ist es nicht, was uns an ihr gefällt — sonst müßten alle krumme Linien gefallen, sondern, daß sie so und so gebogen ist, die und die Richtung hat, ist das, was unserm Auge gefällt; nun wird aber die Richtung in krummen Linien durch die Tangenten bestimmt, und durch die Lage derselben wird die Schwingung angegeben; es muß daher, je gefälliger die Lage der Tangenten ist, desto gefälliger die krumme Linie seyn. Daher werden Kinder, welche die schönsten geradlinicht begrenzten Figuren combiniren, auch die schönsten krummlinicht begrenzten erfinden.

Auch mit diesem Zweige der Methode wünschte ich von Dir Versuche angestellt zu sehen; sie werden anfangs etwas Geduld fordern, indem es, zumal bei kleinen Kindern von 4 bis 5 Jahren, zuweilen wohl 6 Wochen und noch länger dauert, bis sie dahin kommen, eine gerade Linie richtig zeichnen zu können; allein ihre nachherigen Fortschritte, alle die Vortheile, welche diese Uebungen gewähren, die ich aber hier nicht wiederhole, werden Dich für Deine anfängliche Geduld reichlich entschädigen.

Ich hoffe überdem, daß diese Anschauungslehre der Maaßverhältnisse den bildenden Künsten ein sichereres, festeres Fundament darbieten werde, als sie bisher gewöhnlich hatten.

Oft habe ich die Thorheit der Aeltern beklagt, die da verlangten, daß ihre Kinder sogleich etwas

ins Auge Fallendes, eine Blume, eine Landschaft und dergleichen produciren sollten, und die Schwäche der Lehrer, die hierin ihrem Verlangen willfahrten, entweder weil sie selbst es nicht besser verstanden, weil sie die Aufgabe: wie Kinder bei den geraden Linien, bis zur Vollendung derselben, zu fesseln sind, zu lösen nicht vermochten, oder weil sie bei den Aeltern sich in Credit zu setzen wünschten. Noch unangenehmer war es mir, wenn ich Männer, die in öffentlichen Schulen im Zeichnen unterrichteten, den nehmlichen Fehler begehen, oder wohl gar sich an ihren Zöglingen so sehr versündigen sah, daß sie ihnen den Cirkel und das Lineal zu Anfertigung schülerhafter Copieen von fehlerhaften Kupferstichen und elenden Handzeichnungen in die Hand gaben *). Man beobachte nur die Arbeiten so gebildeter Zeichner, oder wohl gar Mahler und Bildhauer genauer, und man wird finden, daß, so gut auch zuweilen einzelne Theile ausgeführt sind, dennoch fast immer die Correctheit in der Zeichnung, die Reinheit des Umrisses, die Harmonie des Ganzen fehlt, und ohne diese ist ein vollendetes Gemälde, eine gute Statüe, nicht denkbar. Sie sind es gerade, die uns an den Kunstwerken der Vorzeit so sehr gefallen, und ihnen einen so entschiedenen Werth vor den neuern Kunstprodukten gaben. —

Der Mahler, der Bildhauer, muß mit dem Auge scharf und richtig eintheilen können; er muß

*) Diesen letzteren Mißgriff habe ich unter andern in einer öffentlichen Schule wahrgenommen, die ich aber hier nicht nennen will.

dieß Verhältniß der einzelnen, selbst der kleinsten Theile des menschlichen Körpers genau kennen, und bei dem Nachbilden der Natur jede Abweichung von dem ursprünglichen Verhältnisse genau bemerken und angeben können — hiezu wird ihn der Unterricht nach Pestalozzi's Methode weit besser vorbereiten, er wird dahin ihn weit sicherer und sogar schneller führen, als der gewöhnliche Unterricht im Zeichnen, der, anstatt ihm eine Bildung für die Kunst zu geben, ihn gewöhnlich für die wahre Kunst unempfänglich macht *).

So wie nun, nach meiner Ueberzeugung, dieser Zweig der Methode dem künftigen Künstler die einzig wahren und richtigen Elemente der Kunst darbietet, so gewährt er auch dem künftigen Handwerker die für seinen Beruf nöthige Kunstbildung; er erweckt in ihm das Gefühl für das Schöne, und bildet es bis zu einem Grade aus, dessen er, sobald er sich über den gewöhnlichen Schlendrian erheben will, nothwendig bedarf, der ihm die Betreibung seines Gewerbes angenehmer, einträglicher machen, und selbst auf seine sittliche Veredlung

*) Wenn ich hier der lange fortgesetzten Uebung in der Linienzeichnung und im Messen und Eintheilen der geraden Linien das Wort rede, so könnte man mir vielleicht einwenden, daß ich, als Laie in der Kunst, darüber zu urtheilen mir nicht anmaßen dürfe; allein ich glaube bemerkt zu haben, daß der Mahler Schmidt, dessen ich bereits vorher erwähnte, ein Künstler im weitesten Sinne des Wortes, und der verdienstvolle Grünler, Zeichenlehrer an der Leipziger Bürgerschule, bei dem Unterrichte, den sie ertheilen, von demselben Gesichtspunkte ausgehen — dieses würde denn doch den Weg, den Pestalozzi betrat, rechtfertigen und empfehlen, wenn meine Gründe es nicht vermöchten.

vortheilhaft wirken wird. — Ich weiß es, die Erfahrung wird mich einst gegen diejenigen rechtfertigen, die mich hier einer Uebertreibung beschuldigen wollten. Ich wünschte, daß künftig im Institute an die Uebungen der Anschauungslehre der Maßverhältnisse Uebungen im Modelliren angereihet würden; denn ich vermuthe, daß jene auf diese einen sehr glücklichen Einfluß haben, daß ein solcher Versuch die wesentlichen Vorzüge dieser Verfahrungsart unwidersprechlich darthun und jedermann anschaulich machen würde. Doch, für jetzt nichts weiter über diesen Gegenstand. Zwar hätte ich Dir noch einiges über den Unterricht im Schreiben zu sagen; allein in Ansehung der Erlernung dieser Kunstfertigkeit hat mir Tillich's Verfahrungsart (s. seine Anleitung zum Schreibenlehren) besser gefallen. Tillich läßt die Buchstaben in Rhomboiden schreiben; Pestalozzi in Quadrate. Dort geben die Seiten der Rhomboiden sogleich die Direction der Hauptstriche der Buchstaben an, hier bilden die Hauptstriche die Diagonalen der kleinen Vierecke. Auch Pestalozzi's Verfahrungsart leistet schon ungleich mehr, als die gewöhnliche, und hat dabei den Vortheil der Einfachheit in den Hülfsmitteln, welche sich auf ein kleines vierseitiges hölzernes Lineal beschränken, durch Hülfe dessen man, indem man es nur umdrehet, gleichlaufende Linien bekommt — ein Geschäfte, das die Kinder selbst besorgen. — Den Vorwurf, den man dieser Art des Schreibeunterrichts machte, daß die Kinder da-

durch alle einerlei Hand bekämen, scheinen die Handschriften der Kinder zu widerlegen, die oft sehr von einander abweichen. — Lebe wohl!

Zusätze und Ergänzungen

zu Seite 71, Zeile 5, lies: folglich ꝛc. *) und folgende Anmerkung:

*) Spätere eigene Erfahrungen haben mich belehrt, daß es, wo nicht immer besser, doch gewiß zuweilen, der Abwechselung wegen, vorzuziehen sey, wenn der Lehrer, anstatt z. B. in der dritten Uebung den Kindern vorzusprechen: 25 Mal 1 ist 6 Mal 4 und 1 Mal der 4te Theil von 4, und sie diesen ganzen Satz nachsprechen zu lassen, ihnen blos die Frage vorspreche: 25 Mal 1 ist — ? (wobei, da er in der vierten Reihe, wie angegeben, zeigt, kein Irrthum Statt finden kann), da denn die Kinder, mit Wiederholung der Frage, antworten: 25 Mal 1 ist 6 Mal 4 und 1 Mal der 4te Theil von 4. So in der vierten Uebung: Lehrer (in der dritten Reihe, wie oben beschrieben worden, zeigend). 7 Mal der halbe Theil von 6 — ? Kinder. 7 Mal der halbe (man kann auch sagen: der zweite, welches mit den Ausdrücken; der 3te, 4te, analoger ist,) Theil von 6 ist 7 Mal 3; 7 Mal 3 ist 21 Mal 1. Eben so bei den folgenden Uebungen; es scheint die Aufmerksamkeit der Kinder, ihre Selbstthätigkeit mehr anzuregen.

Anmerkung zu Seite 104, Zeile 7, lies: war *).

*) Seitdem ist eine Schrift von Herrn J. F. Schmidt in Berlin, den ich persönlich kenne und schätze, erschienen, unter dem Titel: Pestalozzi's Größenlehre (Halle bei Renger). Diese bitte ich die Leser meiner Schrift sich gleichfalls anzuschaffen, und gleich mit ihr zu lesen. Diese Abhandlung ist eben so einfach als gründlich, und wird daher manche Lücke glücklich ausfüllen, die man in meiner Darstellung bemerkt haben dürfte. Sie hat überdieß den Beifall der Lehrer an Pestalozzi's Institute erhalten. Auch bei meiner Darstellung der Lehre von den Maaßverhältnissen bitte ich sie nachzulesen.

Zu Seite 104.

Wenn den Kindern das wahre Verhältniß der Zahlen nur erst klar und anschaulich ist, so wird das Ausdrücken dieses Verhältnisses und seiner Resultate, durch Hülfe der Zahlzeichen oder Ziffern, ihnen dann ein Leichtes seyn.

Um indessen auch Dich davon, und daß die Anwendung dieser Art zu rechnen auf die Bedürfnisse und Vorfälle des gemeinen Lebens leicht und sicher sey, zu überzeugen, so werde ich Dir einige Aufgaben, welche Barrauld den Knaben der sechsten oder obersten Klasse gab, um sie auf der Tafel zu berechnen, und die Art und Weise, wie dieses geschah, mittheilen.

Erste Aufgabe.

Drei Kaufleute treten in Compagnie; das Kapital, das der erste Kaufmann hergeschossen hat, ist unbekannt; das des zweiten beträgt $\frac{7}{8}$tel von dem Kapitale des ersten; das von dem dritten hergeschossene Kapital beträgt $\frac{2}{5}$tel von der Summe, die der erste und zweite zusammen hergegeben haben. Der zweite giebt sein Geld sogleich; der erste vier Monate später; der dritte drei Monate nach dem ersten. Nach Verlauf von drei Jahren erfahren diese Kaufleute aus ihren Büchern, daß sie auf jedes 100 ihres Einsatzes jährlich 54 gewonnen haben. Nun betragen Einsatz und Gewinn des ersten zusammengenommen 27328 fl. — Jetzt fragt es sich also: Wie viel hat jeder einzelne hergegeben — wie viel hat jeder gewonnen?

Auflösung: Da das Kapital des zweiten $\frac{7}{8}$tel von dem Einsatze des ersten betrug, so muß der Einsatz des ersten betragen

8, und der des zweiten
7, oder das Verhältniß ihrer beiderseitigen Beiträge seyn wie 8 zu 7;

$8 + 7 = 15$.

Der Beitrag des dritten soll $\frac{2}{5}$tel von dem betragen, was der erste und zweite zusammen hergeschossen; $\frac{2}{5}$tel von 15 sind 6; 6 und 15 sind 21; also hat der erste gegeben 8 ⎫
der zweite — 7 ⎬ 21stel,
der dritte — 6 ⎭
und das wäre folglich das Verhältniß ihrer Beiträge, nach welchem die Vertheilung des Gewinnstes geschehen muß.

Nun haben sie auf jedes 100 54 in jedem Jahre gewonnen. Einsatz und Gewinnst des ersten zusammengenommen ist bekannt. Es ist also nach diesem Verhältnisse zu berechnen, was er gewonnen und was er eingesetzt hat?

Der erste hatte sein Geld vier Monate später angelegt, als der zweite; also kann sein Gewinnst nur auf 2 Jahre 8 Monate berechnet werden; hier ist also folgender Ansatz zu machen:

Er hatte gewonnen in 12 Monaten 54 p. Ct., wie viel p. Ct. beträgt sein Gewinn in 32 Monaten, als dem Zeitraume, während welchem sein Geld in der Association angelegt war?

Aufl. $12 : 54 = 32 : 144$.

Diese 144 sind nun blos Gewinn; allein die bekannte Summe enthält Gewinn und Einsatz; wie nun aus diesen 144 eine homogene Summe machen? Es müssen zu den 144 die

100, als worauf erstere gewonnen worden sind, hinzugerechnet werden, so erhalten wir eine mit jener uns bekannten homogene Summe, nehmlich . . . 244 fl.

Nunmehr ergiebt sich folgender Ansatz:

244 : 100 = 27328 : ?

Da werden wir, nach der gewöhnlichen Verfahrungsart, die Zahl 11200 finden (sonst könnte man auch so verfahren: 100 ist von 244 25 Mal der 61ste Theil; also muß die Zahl, die ich suche, oder der Einsatz des ersten Kaufmanns, auch $\frac{25}{61}$stel von der mir bekannten Summe des Einsatzes und Gewinnstes seyn; der 61ste Theil von 27328 ist 448; diesen 61sten Theil 25 Mal genommen, erhalte ich gleichfalls 11200, als den Einsatz); folglich muß der Gewinnst betragen haben: 16128 fl.

Nun ist es leicht, den Einsatz und Gewinnst der übrigen zu berechnen.

Das Kapital des zweiten betrug $\frac{7}{8}$tel von dem des ersten, also 9800 fl. Er schoß es sogleich her; es brachte ihm also drei volle Jahre hindurch jährlich für jedes 100 Einsatz 54 p. Ct. Gewinnst, also überhaupt 162; mithin ergiebt sich nun folgender Ansatz: 100 : 162 = 9800 : 15876.

Der dritte gab $\frac{2}{5}$ von der Summe der Beiträge der beiden ersten, also 8400. — Er zahlte drei Monate nach dem ersten, und sieben Monate später als der zweite; in Rücksicht seiner tritt also folgendes Verhältniß ein:

	Monate		Monate		p. Ct.		p. Ct.
	36	:	29	=	162	:	$130\frac{1}{2}$;
oder	32	:	29	=	144	:	$130\frac{1}{2}$.

Er hat also für jedes 100 seines Einsatzes $130\frac{1}{2}$ p. Ct. gewonnen, und so ergiebt sich durch den Ansatz: $100 : 130\frac{1}{2} = 8400 : 10962$ fl., als der Gewinnst des dritten Kaufmanns.

Zweite Aufgabe.

Ein Brunnen hat zwei Röhren, aus denen ihm das Wasser zuströmt, und zwei Oeffnungen, aus denen es abläuft. Die erste Oeffnung füllt den Brunnenkasten in zwei Stunden; die zweite füllt ihn in drei Stunden; durch die erste Oeffnung läuft die Hälfte dessen, was die erste Röhre giebt, und durch die zweite $\frac{2}{3}$ von dem, was die zweite giebt wieder heraus. Nun sollen beide Röhren Wasser ausströmen, und beide Oeffnungen offen seyn, da fragt es sich: Wie viel Zeit wird erfordert, um den Brunnenkasten zu füllen?

Antwort: $2\frac{10}{13}$ Stunden.

Auflösung: Die erste Röhre füllt den Brunnenkasten in zwei Stunden, also in einer Stunde zur Hälfte; durch die erste Oeffnung aber fließt die Hälfte dessen, was die erste Röhre gab, wieder heraus; folglich bleibt nur $\frac{1}{4}$ zurück. Die zweite

Röhre braucht zu Füllung des Brunnenkastens drei Stunden, würde ihn also in einer Stunde nur zum dritten Theile ausfüllen; nun laufen aber durch die zweite Oeffnung jedes Mal $\frac{2}{3}$ von dem heraus, was die zweite Röhre gab, also bleibt von diesem Drittel nur $\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ zurück; folglich füllen beide Röhren, mit Rücksicht auf die beiden correspondirenden Oeffnungen in einer Stunde $\frac{1}{4} + \frac{1}{9}$ des ganzen Brunnenkastens aus; $\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$; $\frac{1}{9} = \frac{4}{36}$; $\frac{9}{36} + \frac{4}{36} = \frac{13}{36}$. Da nun der Brunnenkasten gänzlich angefüllt werden soll, so werden dazu eben so viele ganze Stunden erfordert, als $\frac{13}{36}$ in einem Ganzen, in $\frac{36}{36}$, enthalten sind; es ergiebt sich daher folgender Ansatz:

$$\frac{13}{36} : \frac{36}{36} = 1 : 2\frac{10}{13} \text{ Stunden.}$$

Probe: Da die erste Röhre, mit Rücksicht auf die correspondirenden Oeffnungen, in einer Stunde $\frac{1}{4}$ des Brunnenkastens füllt, so füllt sie in $2\frac{10}{13}$ Stunden 2 und $\frac{10}{13}$ Mal $\frac{1}{4}$ des Ganzen $= \frac{1}{2} + \frac{10}{52}$. Die zweite Röhre füllt in einer Stunde $\frac{1}{9}$, folglich in $2\frac{10}{13}$ Stunden $2\frac{10}{13}$ Mal $\frac{1}{9}$ des Ganzen $= \frac{2}{9} + \frac{10}{117}$. Halbe, Neuntel, Zweiundfunfzigstel und Hundertundsiebenzehntel kommen in 6084steln zusammen:

$$\underbrace{4608}$$

$$
\begin{aligned}
\tfrac{1}{2} &= 3042 \\
\tfrac{10}{52} &= 1170 \\
\tfrac{2}{9} &= 1352 \\
\tfrac{10}{117} &= \underline{520} \\
& \ 6084
\end{aligned}
$$

Dritte Aufgabe.

A und B besitzen ein gemeinschaftliches Vermögen von 200 Reichsthalern. A giebt von seinem Antheile $\frac{1}{15}$, und B von dem seinigen $\frac{1}{10}$ weg; die Summe dessen, was beide weggegeben haben, $=$ 15 Rthlr.; wie groß ist das Vermögen eines jeden?

Antwort: $\left.\begin{array}{l} \text{A besitzt } 50 \\ \text{B} \quad \text{»} \quad 150 \end{array}\right\} = 200.$

Auflösung: Wenn $\frac{1}{10}$ von dem Vermögen ausgegeben werden soll, so muß es in 10 Theile getheilt werden; A besitzt also $\frac{10}{10}$tel. Eben das gilt bei B, wenn von seinem Vermögen $\frac{1}{15}$ ausgegeben werden soll, so muß er es in 15 Theile theilen. Das gemeinsame Vermögen beträgt 200 Rthlr., daher muß das Vermögen von A und das von B ganz in dieser Summe enthalten seyn, also auch ganz hinweggenommen werden können. Unter dieser Voraussetzung muß B seine $\frac{10}{10}$ ganz hinwegnehmen können. — Die zweite Bedingung schreibt vor, daß $\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = 15$ Rthlr. Nehmen beide zusammen 15 Rthlr. weg, so nimmt A $\frac{1}{15}$ und B $\frac{1}{10}$; fahren beide fort hinwegzunehmen, bis B seine $\frac{10}{10}$tel oder sein ganzes Vermögen hinweggenommen hat, so bleiben für A noch $\frac{5}{15}$ zu nehmen übrig (während B $\frac{10}{10}$ wegnimmt, nimmt A $\frac{10}{15}$ weg). Haben nun beide, der eine $\frac{10}{10}$, der andere $\frac{10}{15}$ weggenommen, so haben sie sicher auch 10 Mal 15 Reichsthaler weggenommen; $10 \times 15 = 150$; $200 - 150 = 50$; es ergiebt sich also ein Ueber-

schuß von 50 Rthlr. An diesen Ueberschuß kann B keinen Anspruch machen, da er mit $\frac{10}{10}$ sein ganzes Vermögen weggenommen hat; folglich gehört derselbe dem A, dem noch $\frac{5}{15}$ mangeln; mit diesen $\frac{5}{15}$ wird also A sein Vermögen vollends erhalten. $\frac{5}{15} = \frac{1}{3} = 50$ Rthlr., folglich 50 Rthlr. $= \frac{1}{3}$ des Vermögens von A, mithin $\frac{15}{15} = 3$ Mal $50 = 150$ Rthlr. Wenn nun A 150 Rthlr. besitzt, so gehört dem B der Unterschied von 200 auf 150 Rthlr.; $200 - 150 = 50$, also besitzt B 50 Rthlr.

Vierte Aufgabe.

A und B besitzen gemeinschaftlich 26 Rthlr. Wenn A $\frac{1}{4}$ von seinem Antheil, und B $\frac{1}{15}$ von dem seinigen ausgeben, und diese Summe zusammengenommen $= 5\frac{13}{20}$; was ist der Antheil eines jeden?

Antwort: A hat 9 Rthlr., B 17 Rthlr.

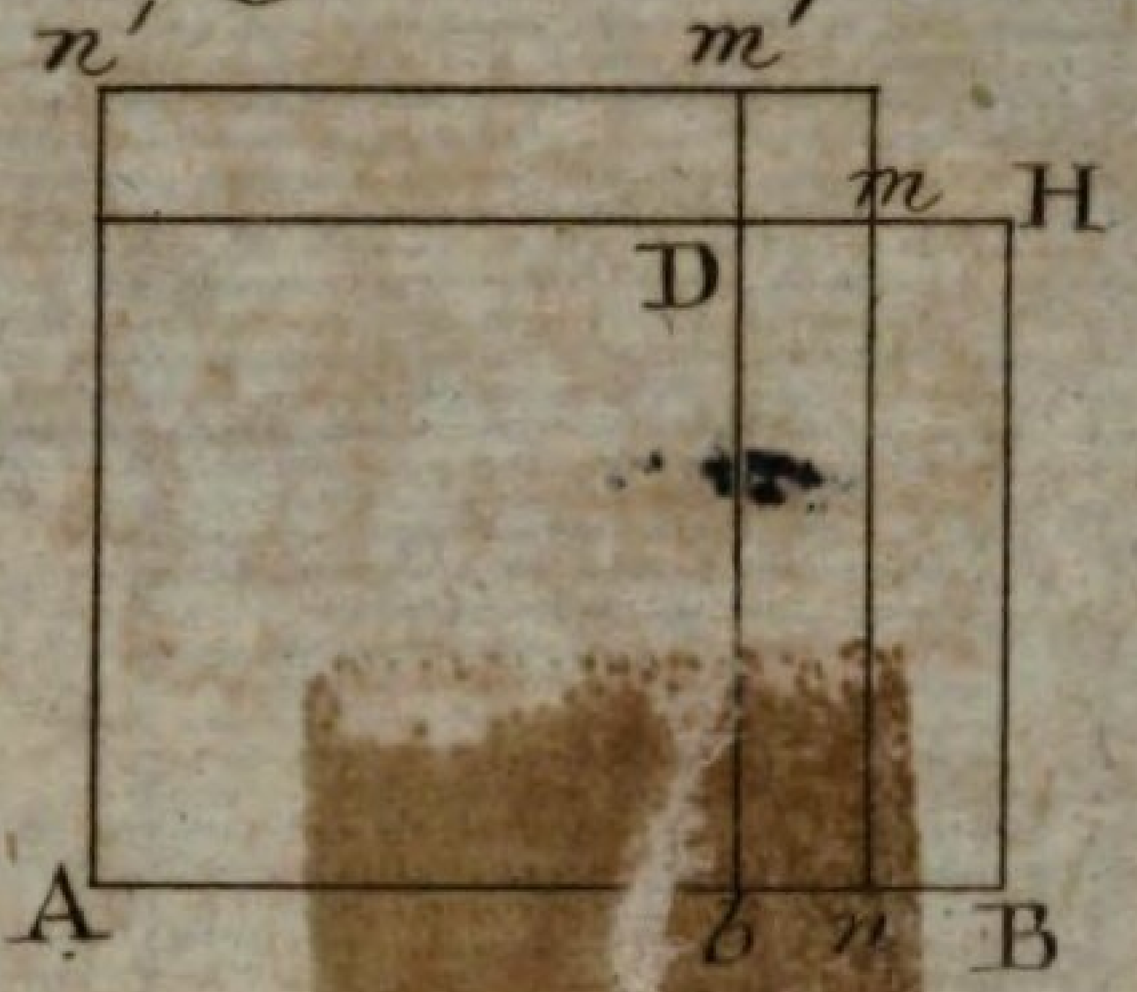
Auflösung: A giebt $\frac{4}{4}$, und B zu gleicher Zeit $\frac{4}{5}$ von seinem Vermögen aus, das heißt, sie geben aus 4 Mal $5\frac{13}{20}$; 4×5 Reichsthaler und $4 \times \frac{13}{20}$ Rthlr. $= 22\frac{12}{20}$; B hat nun noch $\frac{1}{5}$ seines Vermögens zu gut = dem Unterschiede von $22\frac{12}{20}$ auf 26 Rthlr. Dieser Ueberschuß ist gleich $3\frac{8}{20} = 3\frac{2}{5}$; also sind $3\frac{2}{5}$ Rthlr. der 5te Theil seines ganzen Vermögens, und dieses $= 3\frac{2}{3} \times 5$ gleich 17 Rthlr.; $26 - 17 = 9$, folglich besitzt A 9 Rthlr. und B 17 Rthlr.

Probe: $9 + 17 = 26$.

Diese Beispiele mögen für jetzt genügen.

Tab.

Fig VIII



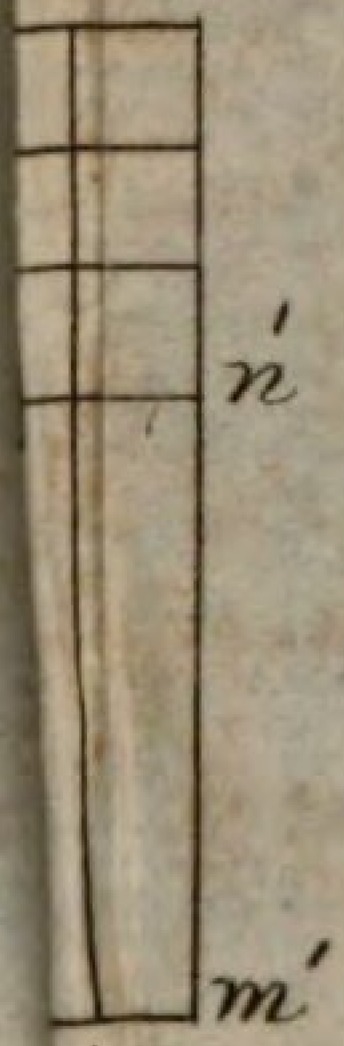
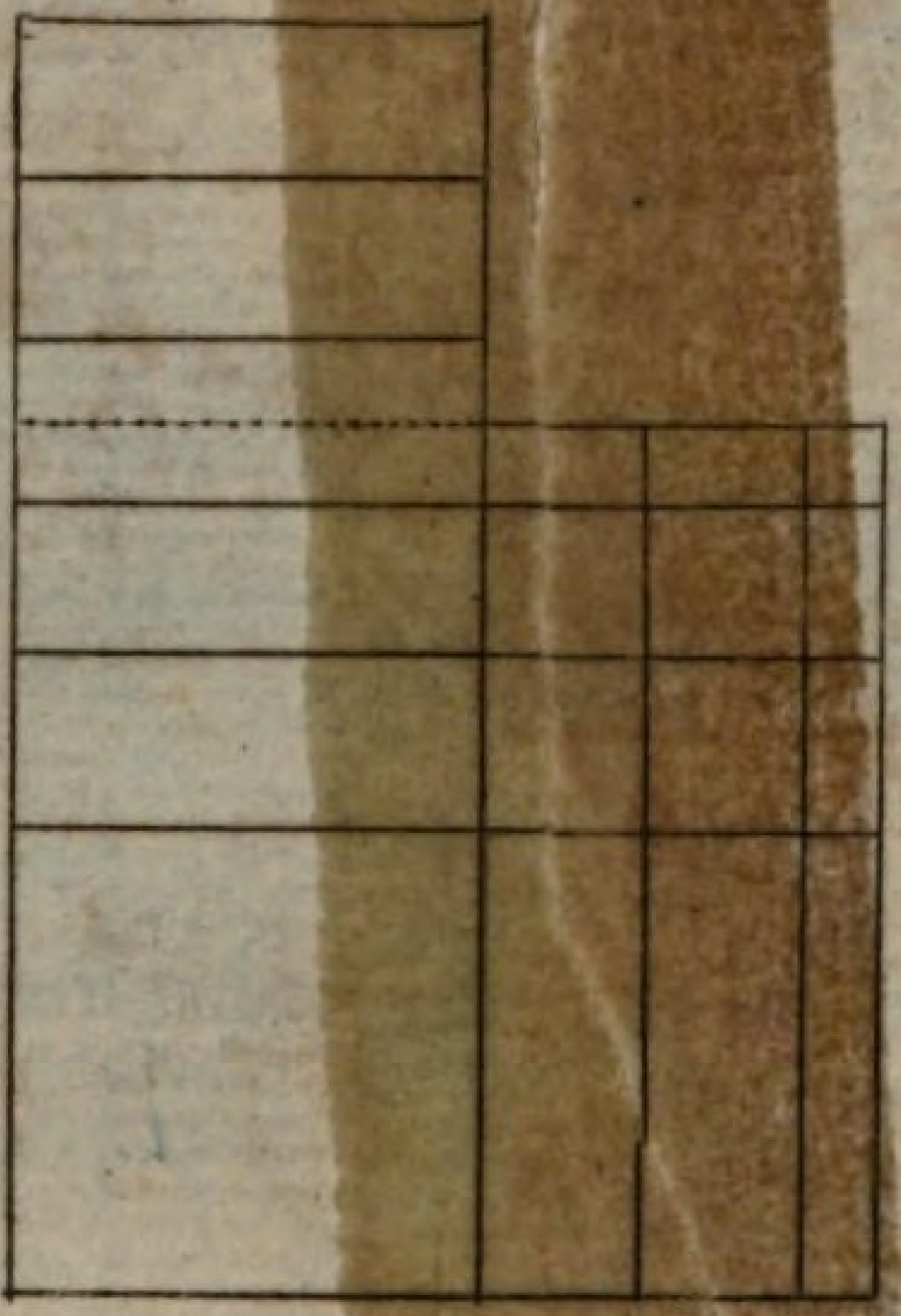


Fig. X.



BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Türk, Wilhelm <<von>>,

Briefe aus München-Buchsee über Pestalozzi und seine
Elementarbildungsmethode ein Handbuch für alle die, welche dieselbe
anwenden und Pestalozzi's Elementarbücher gebrauchen lernen wollen, vorzü
glich für Mütter und Lehrer bestimmt
Bd.: 1

Leipzig (1806)

Paed.th. 5861-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10764453-5